

Fehlerkorrektur bei LDA-Daten-Rekonstruktion

H. Nobach, E. Müller

Universität Rostock, Fachbereich Elektrotechnik
Institut für Nachrichtentechnik und Informationselektronik
Richard-Wagner-Straße 31, 18119 Rostock

C. Tropea

Lehrstuhl für Strömungsmechanik, Universität Erlangen-Nürnberg
Cauerstraße 4, 91058 Erlangen

1 EINFÜHRUNG

Bei der Analyse von LDA-Daten, insbesondere bei Korrelations- und Spektralanalysen, gibt es derzeit eine Vielzahl von Verfahren, die auf einer Signalrekonstruktion und einer anschließenden äquidistanten Abtastung und Verarbeitung durch klassische Algorithmen, wie der FFT, basieren [1,2,3,9,10,13,15,16]. Die z. T. sehr komplexen Verfahren sind für die adäquate Rekonstruktion des Geschwindigkeits-Zeit-Verlaufs (im folgenden kurz „Geschwindigkeitsverlauf“) der Strömung ausgelegt. Die statistischen Kennwerte des rekonstruierten Geschwindigkeitsverlaufs können jedoch stark vom Originaldatensatz abweichen. Im Falle der Abschätzung von spektralen Leistungsdichten zeigt sich eine Zunahme der Korrelation, hervorgerufen durch die Rekonstruktion, was prinzipiell einer Tiefpaßfilterung entspricht [1,11]. Dieser Effekt wirkt sich dramatisch bei niedrigen Datenraten \dot{n} aus, da er den auswertbaren Frequenzbereich auf $f < \dot{n}/2\pi$ einschränkt. Zudem ist das Resultat der Filterung leicht fehlinterpretierbar, da es dem erwarteten Spektrum einer Strömung sehr nahe kommt, jedoch in Wirklichkeit nur gefiltertes Rauschen ist. Im Beitrag wird ein Verfahren der Abschätzung und Korrektur von systematischen Fehlern bei der Korrelations- und Spektralanalyse von Geschwindigkeitsverläufen vorgestellt, die aus LDA-Datensätzen durch Proportional-Ein-Punkt-Rekonstruktion hervorgehen. Hierzu gehören alle Verfahren, bei denen der aktuelle Rekonstruktionswert zu jedem beliebigen Zeitpunkt ausschließlich von dem unmittelbar vorangehenden LDA-Meßwert abhängt und zu diesem proportional ist. Exemplarisch seien bekannte Verfahren wie die Sample-and-Hold-Rekonstruktion (S+H) [1] oder die Exponential-Interpolation (AR1) [9] genannt. Verfahren wie die lineare Interpolation, Spline-Interpolation oder komplexe Verfahren wie die fraktale Rekonstruktion [13] sind hierin nicht enthalten, da ihr Rekonstruktionsergebnis von zwei oder mehr LDA-Meßwerten abhängt.

2 VERFAHREN ZUR FEHLERABSCHÄTZUNG UND KORREKTUR

Ein aufgenommener LDA-Datensatz wird zunächst mit Hilfe einer Proportional-Ein-Punkt-Rekonstruktion und anschließendem Resampling in einen äquidistanten Datensatz überführt. Von diesem wird dann durch klassische Verfahren die Autokorrelationsfunktion (AKF) bestimmt. Aus der Kenntnis der Abtaststatistik eines LDA-Datensatzes wird die AKF des rekonstruierten und wiederabgetasteten Datensatzes in Abhängigkeit von der AKF der kontinuierlichen, noch nicht durch das LDA abgetasteten Geschwindigkeits-Zeitverlauf der Strömung (im folgenden kurz „Strömungsverlauf“) vorhergesagt. Dies geschieht in Anlehnung an die in [1] dargestellte Abschätzung, jedoch für den bereits wiederabgetasteten Datensatz.

In einem zweiten Schritt wird diese Vorhersage invertiert (entfaltet). Dadurch lassen sich die systematischen Fehler der stochastischen Abtastung durch das LDA und der anschließenden Rekonstruktion korrigieren, wodurch sich eine Verbesserung der geschätzten AKF ergibt.

2.1 Rekonstruktionsvorschrift und erste Abschätzung der Autokorrelationsfunktion

Die Datenvorverarbeitung umfaßt zwei zeitliche Prozesse: 1.) die stochastischen Zeitpunkte der LDA-Meßereignisse $t_{LDA;i}$ und 2.) die äquidistanten Abtastzeitpunkte ξ_j nach dem Resampling. Die zeitliche Auflösung beim Resampling begrenzt den Frequenzbereich des resultierenden Spektrums. Sie sollte groß genug gewählt werden, damit die Differenz zwischen Auftreten eines Meßereignisses $t_{LDA;i}$ und Wirkung im wiederabgetasteten Datensatz t_i vernachlässigbar wird, so daß $t_{LDA;i} = t_i$ und $u_{LDA;i} = u(t_i)$ ($u_{LDA;i}$ — der vom LDA gemessenen Geschwindigkeitswert; $u(t)$ — Strömungsverlauf), da die Information über den zeitlichen Verlauf der Strömungs-

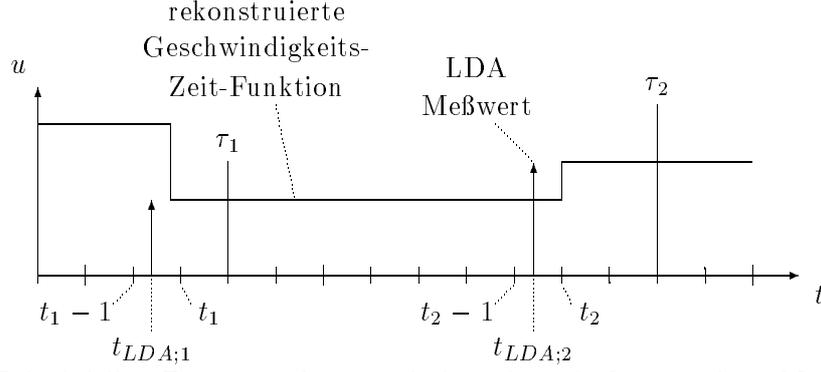


Abbildung 1: Prinzipieller Zusammenhang zwischen dem Auftreten eines Meßereignisses und dem wiederabgetasteten Datensatz

Verfahren	Funktion $f_{REK}(\xi_j - t_i)$
Sample-and-Hold-Rekonstruktion	1
Autoregressive Rekonstruktion 1. Ordnung (AR1)	$\phi_1^{\xi_j - t_i}$
Modellbasierte Rekonstruktion	$\rho_{Modell}(\xi_j - t_i)$
$\rho_{Modell}(\xi_j - t_i)$ — normierte Autokorrelationsfunktion des Modells	

Tabelle 1: Ausgewählte Rekonstruktionsvorschriften

geschwindigkeit zwischen dem Meßereignis $t_{LDA;i}$ und dem Abtastzeitpunkt des Resamplers t_i beim Resampling verlorengeht (Vgl. Abb. 1). In den folgenden Herleitungen wird diese zeitliche Auflösung normiert, so daß $\xi_j = j$ gilt. In Abb. 1 ist der prinzipielle Zusammenhang zwischen dem Auftreten eines Meßereignisses und dem wiederabgetasteten Datensatz dargestellt.

Die Rekonstruktion zu den Zeitpunkten ξ_j erfolgt nach der Vorschrift

$$u_{REK}(t) = u_{LDA;i} f_{REK}(\xi_j - t_i) \quad (1)$$

mit $t_i - 1 \leq t_{LDA;i} < t_i \leq \xi_j \leq t_{i+1} - 1 \leq t_{LDA;i+1} < t_{i+1}$. Die Rekonstruktionsfunktion f_{REK} ist zeit-, aber nicht meßwertabhängig. Für ausgewählte Rekonstruktionsverfahren sind in Tabelle 1 diese Funktionen zusammengestellt.

Für die AKF des rekonstruierten und wiederabgetasteten Datensatzes gilt:

$$R_{REK}(\tau_1; \tau_2) = E \{u_{REK}(\tau_1)u_{REK}(\tau_2)\} \quad (2)$$

Für eine angenommene Prozeßstationarität kann die AKF als

$$R_{REK}(\tau) = E \{u_{REK}(\xi_j)u_{REK}(\xi_j + \tau)\} \quad (3)$$

geschrieben werden, was für einen endlichen Datensatz durch

$$\hat{R}_{REK}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N u_{REK}(\xi_j)u_{REK}(\xi_j + \tau) \quad (4)$$

abzuschätzen ist.

2.2 Vorhersage der Autokorrelationsfunktion des rekonstruierten Datensatzes

Die Statistik der Abtastung des Geschwindigkeitsverlaufs bei LDA-Messungen wurde in [4] und [5] ausführlich untersucht. Die Intervalle zwischen zwei Meßereignissen sind demnach exponentialverteilt mit einer zeitvarianten mittleren Abtastrate \dot{n} . Unter der Annahme der Zeitinvarianz von \dot{n} ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Meßwertes ($n = 0$) innerhalb des Intervalls $[t_i; \xi_j]$

$$p(n = 0; t_i; \xi_j) = e^{-\dot{n}(\xi_j - t_i)} \quad (5)$$

und für das Auftreten mindestens eines Meßereignisses ($n \geq 1$) innerhalb des Intervalls $[t_i; \xi_j]$

$$p(n \geq 1; t_i; \xi_j) = 1 - e^{-\dot{n}(\xi_j - t_i)} \quad (6)$$

Für die Untersuchung des statistischen Zusammenhanges zweier Werte des rekonstruierten Datensatzes zu den Zeitpunkten τ_1 und τ_2 sind zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Vor τ_1 existiert ein Meßwert zum Zeitpunkt $t_{LDA;1}$ mit $t_1 - 1 \leq t_{LDA;1} < t_1 \leq \tau_1$ und kein weiterer Meßwert innerhalb $[t_1; \tau_1)$ und zwischen τ_1 und τ_2 existiert ein LDA-Meßwert zum Zeitpunkt $t_{LDA;2}$ mit $\tau_1 \leq t_2 - 1 \leq t_{LDA;2} < t_2 \leq \tau_2$ und kein weiterer Meßwert innerhalb

$[t_2; \tau_2]$ (vgl. Abb. 1). Dann ist

$$\begin{aligned} u_{REK}(\tau_1) &= u_{LDA;1} f_{REK}(\tau_1 - t_1) \\ u_{REK}(\tau_2) &= u_{LDA;2} f_{REK}(\tau_2 - t_2) \end{aligned} \quad (7)$$

mit der Verbundwahrscheinlichkeit

$$p_1(\tau_1; \tau_2; t_1; t_2) = (1 - e^{-\dot{n}})^2 e^{-\dot{n}(\tau_1 + \tau_2 - t_1 - t_2)} \quad (8)$$

2. Vor τ_1 existiert ein Meßwert zum Zeitpunkt $t_{LDA;1}$ mit $t_1 - 1 \leq t_{LDA;1} < t_1 \leq \tau_1$ und kein weiterer Meßwert innerhalb $[t_1; \tau_2]$ (zwischen τ_1 und τ_2 kein weiterer Meßwert). Dann ist

$$\begin{aligned} u_{REK}(\tau_1) &= u_{LDA;1} f_{REK}(\tau_1 - t_1) \\ u_{REK}(\tau_2) &= u_{LDA;1} f_{REK}(\tau_2 - t_1) \end{aligned} \quad (9)$$

mit der Verbundwahrscheinlichkeit

$$p_2(\tau_1; \tau_2; t_1) = (1 - e^{-\dot{n}}) e^{-\dot{n}(\tau_2 - t_1)} \quad (10)$$

Für die Autokorrelationsfunktion des rekonstruierten Datensatzes gilt nach (2):

$$\begin{aligned} R_{REK}(\tau_1; \tau_2) &= \sum_{t_1=T_0}^{\tau_1} \sum_{t_2=\tau_1+1}^{\tau_2} E\{u(t_1) f_{REK}(\tau_1 - t_1) u(t_2) f_{REK}(\tau_2 - t_2)\} p_1(\tau_1; \tau_2; t_1; t_2) \\ &\quad + \sum_{t_1=T_0}^{\tau_1} E\{u(t_1) f_{REK}(\tau_1 - t_1) u(t_1) f_{REK}(\tau_2 - t_1)\} p_2(\tau_1; \tau_2; t_1) \end{aligned} \quad (11)$$

mit dem Anfang des Gesamtprozesses bei T_0 . Für angenommene Prozeßstationarität und hinreichend großer Strömungsvorgeschichte ($T_0 \rightarrow -\infty$) kann ein zeitlicher Bezug durch $\tau_1 = 0$ gesetzt werden. Dann folgt aus (3):

$$\begin{aligned} R_{REK}(\tau) &= \sum_{t_1=-\infty}^0 \sum_{t_2=1}^{\tau} E\{u(t_1) f_{REK}(-t_1) u(t_2) f_{REK}(\tau - t_2)\} p_1(0; \tau; t_1; t_2) \\ &\quad + \sum_{t_1=-\infty}^0 E\{u(t_1) f_{REK}(-t_1) u(t_1) f_{REK}(\tau - t_1)\} p_2(0; \tau; t_1) \\ &= \sum_{t_1=-\infty}^0 \sum_{t_2=1}^{\tau} R_{uu}(t_2 - t_1) f_{REK}(-t_1) f_{REK}(\tau - t_2) p_1(0; \tau; t_1; t_2) \\ &\quad + \sum_{t_1=-\infty}^0 R_{uu}(0) f_{REK}(-t_1) f_{REK}(\tau - t_1) p_2(0; \tau; t_1) \end{aligned} \quad (12)$$

Dies ist ein Ausdruck in Abhängigkeit von der AKF des Strömungsverlaufs.

Diese Vorhersage wurde mit Hilfe von Rechnersimulationen [6,7] verifiziert. Hierbei wurde die stochastische Abtastung durch das LDA, ausgehend von einem Strömungsverlauf mit bekannter AKF, simuliert. Der LDA-Datensatz wurde mit verschiedenen Funktionen rekonstruiert, wiederabgetastet und einer Korrelationsanalyse unterzogen. Die nach (4) geschätzte und die nach (12) vorhergesagte AKF wurden Fourier-transformiert. Die entsprechenden Leistungsdichten wurden untereinander und mit der Leistungsdichte des zugrundegelegten Strömungsverlaufs verglichen. In Abb. 2 sind links die Leistungsdichten der verschiedenen Prozesse für ausgewählte Rekonstruktionsverfahren gegenübergestellt. Es zeigt sich eine deutliche Übereinstimmung der Vorhersage mit der Schätzung aus dem rekonstruierten Datensatz. Die in [1] und [11] beschriebene Tiefpaßfilterung ab $\dot{n}/2\pi$ ist deutlich sichtbar. Zudem werden Fehler auch unterhalb dieser Grenze sichtbar, was im Falle der Sample-and-Hold-Rekonstruktion (S+H) dem in [1] erwähnten Step-Noise entspricht. Im Falle der Rekonstruktionen mit autoregressiven Modellen erster (AR1) und zweiter Ordnung (AR2) ist eine Verringerung der geschätzten Gesamtvarianz sichtbar, was der in [11] beschriebenen Veränderung der statistischen Mittelwerte für Rekonstruktionsfunktionen mit höherer Ordnung entspricht.

2.3 Entfaltung der Autokorrelationsfunktion

Mit Hilfe der Substitution $\xi = t_2 - t_1$ kann (12) als

$$\begin{aligned} R_{REK}(\tau) &= R_{uu}(0) \sum_{t_1=-\infty}^0 f_{REK}(-t_1) f_{rec}(\tau - t_1) p_2(0; \tau; t_1) \\ &\quad + \sum_{\xi=1}^{\infty} R_{uu}(\xi) \sum_{t_2=1}^{\min(\tau; \xi)} f_{REK}(\xi - t_2) f_{rec}(\tau - t_2) p_1(0; \tau; t_2 - \xi; t_2) \end{aligned} \quad (13)$$

geschrieben werden, welches ein lineares Gleichungssystem

$$R_{REK}(\tau) = \mathfrak{F} R_{uu}(\tau) \quad (14)$$

von der AKF $R_{uu}(\tau)$ des Strömungsverlaufs darstellt. Durch Invertierung der Matrix \mathfrak{F} kann

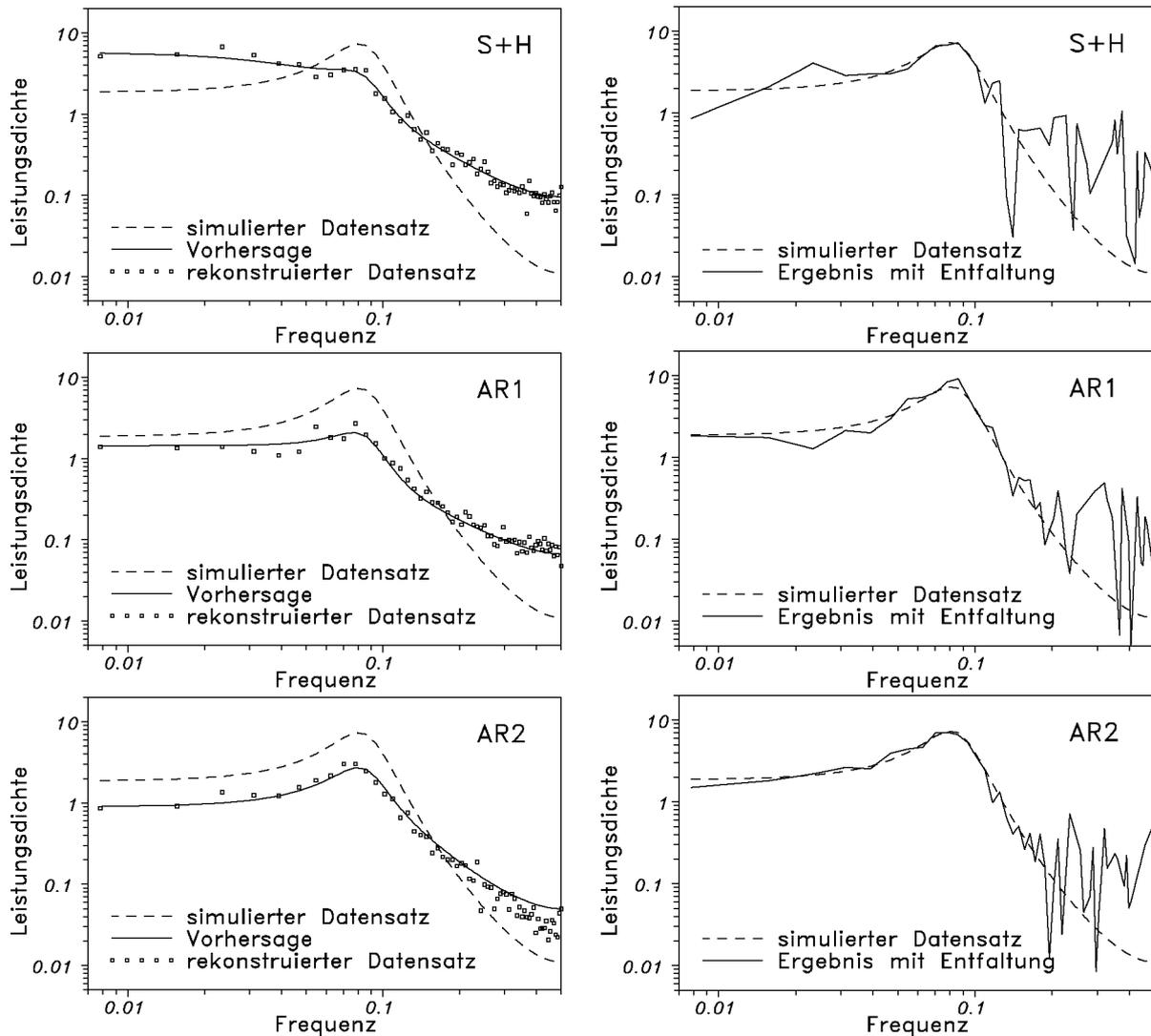


Abbildung 2: Spektrale Leistungsdichten rekonstruierter LDA-Datensätze mit verschiedenen Rekonstruktionsfunktionen (S+H, AR1, AR2) ohne (links) und mit Entfaltung (rechts) mit $\hat{n} = 0.316$ und $T = 10000$

aus der geschätzten AKF $\hat{R}_{REK}(\tau)$ des rekonstruierten Datensatzes die modifizierte Schätzung

$$\hat{R}_{REK}^*(\tau) = \mathfrak{F}^{-1} \hat{R}_{REK}(\tau) \quad (15)$$

abgeleitet werden, die ein erwartungstreuer Schätzer der AKF $R_{uu}(\tau)$ des Strömungsverlaufs ist, wie unten nachgewiesen. Die spektrale Leistungsdichte wird dann aus dieser verbesserten Schätzung der AKF durch Fourier-Transformation berechnet.

Für die in Abschnitt 2.2 beschriebenen Rechnersimulationen wurde diese Entfaltung der geschätzten AKF durchgeführt. In Abb. 2 sind rechts die Resultate von (15) der verschiedenen Rekonstruktionsverfahren den AKF-Schätzungen ohne Entfaltung gegenübergestellt. Der erwartete Verlauf wird deutlich besser angenähert. Die vergrößerte Streuung der Einzelschätzung läßt sich durch die Aufhebung des Filtereffektes erklären, der ohne Entfaltung dominant ist. Es wird ohne Entfaltung somit lediglich statistisch sicherer falsch gemessen.

Die Erwartungstreue des neuen Schätzers wird in Abb. 3 deutlich. Hier sind Erwartungswert und Varianz des Schätzers mit ausgewählten Rekonstruktionsfunktionen für eine bestimmte Frequenz, jedoch für unterschiedliche Datenraten, im Vergleich mit der bekannten direkten Spektralschätzung (DIR) [8,12,14] dargestellt. Alle Rekonstruktionsverfahren liefern mit der beschriebenen Entfaltung Schätzergebnisse ohne systematische Abweichungen (Abb. 3a). Der zufällige Fehler ist deutlich kleiner als beim direkten Verfahren (Abb. 3b). Die AR1- und AR2-Rekonstruktion stellt eine etwas bessere Anpassung an den simulierten Prozeß dar als die S+H-Rekonstruktion,

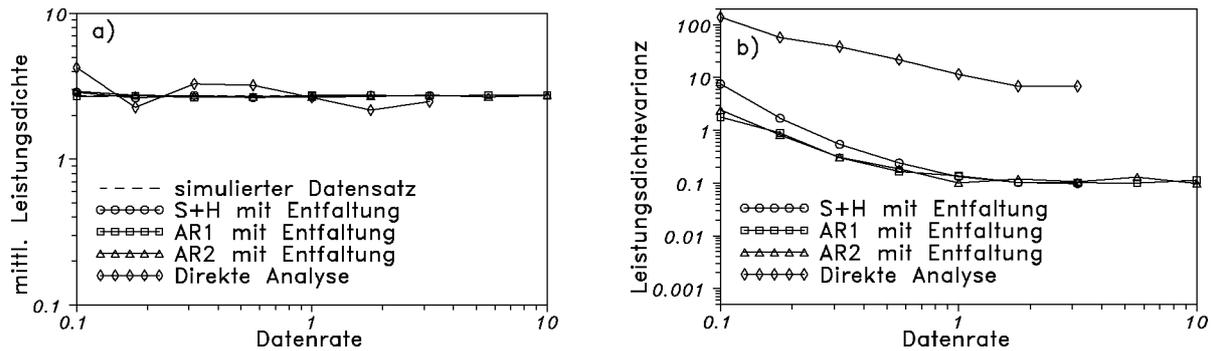


Abbildung 3: Erwartungswert und Varianz der spektralen Leistungsdichte rekonstruierter LDA-Datensätze mit verschiedenen Rekonstruktionsfunktionen (S+H, AR1, AR2) in Abhängigkeit von der Datenrate \dot{n} im Vergleich mit der direkten Analyse (DIR) ($f = 0.039$; 100 Realisierungen über $T = 10000$)

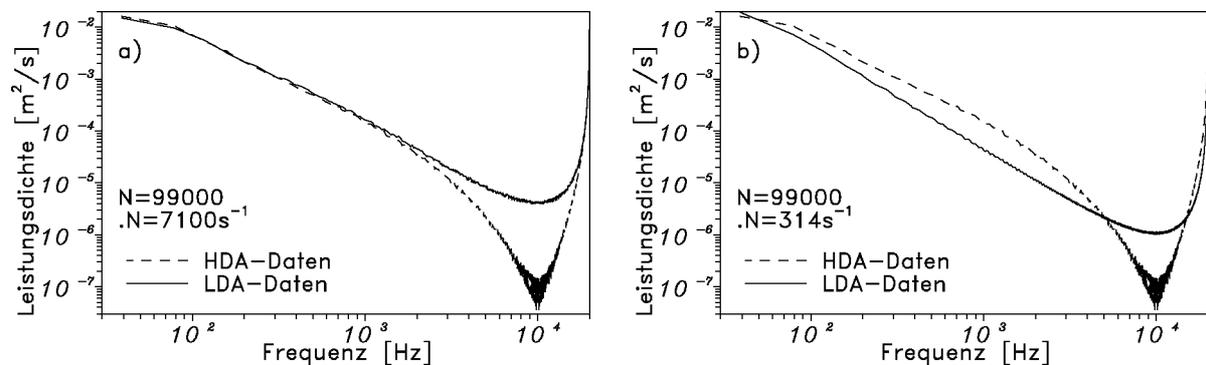


Abbildung 4: Spektrale Leistungsdichte aufgenommenener LDA-Datensätze nach S+H-Rekonstruktion ohne Entfaltung mit a) $\dot{n} = 7100 \text{ s}^{-1}$ und b) $\dot{n} = 314 \text{ s}^{-1}$ im Vergleich mit der HDA-Messung

wodurch die Schätzung bei AR1 und AR2 eine etwas geringere Varianz aufweist als bei S+H. Diese unwesentlichen Unterschiede lassen darauf schließen, daß das Ergebnis beinahe unbeeinflusst von der Anpassung des Rekonstruktionsverlaufs an den zugrundeliegenden Prozeß ist. Dies deutet auf eine Elimination der systematischen Fehler im Zusammenhang mit der Rekonstruktion hin.

Zur experimentellen Verifikation wurde in einem turbulenten Freistrahle mit einem LDA und parallel hierzu, als Referenz, mit einem Hitzdrahtanemometer gemessen.

In Abb. 4 sind die Ergebnisse der Spektralschätzung ohne die Entfaltung der AKF dargestellt. Der erwartete Filtereffekt oberhalb von $\dot{n}/2\pi$ ist deutlich zu erkennen. In Abb. 4b ist die Datenrate so niedrig, daß die Einschränkung des Frequenzbereichs auf etwa 50 Hz eine Auswertung des Spektrums unmöglich macht.

In Abb. 5 sind die Spektralschätzungen dieser Datensätze mit Entfaltung der AKF zusammengefaßt. Zusätzlich wurde ein Datensatz mit hoher Datenrate und zusätzlichem Prozeßrauschen (Übersteuerung des Counters) aufgenommen sowie ein Ausschnitt aus dem LDA-Datensatz mit niedriger Datenrate untersucht. Zunächst wird die oben erwähnte verbesserte Annäherung an den erwarteten Verlauf sowie die größere Schätzunsicherheit durch Aufhebung des Filtereffekts sichtbar. Jedoch überlagern sich hier zwei Rauschquellen, die die untere Grenze der Leistungsdivergenzabschätzung definieren:

1. Das Rauschen der LDA-Meßtechnik [2,15] ist ein systematischer Fehler im Leistungsdivergenzspektrum, der nicht durch längere Messung verschwindet. Die unmittelbare Widerspiegelung des zusätzlichen Rauschens bei der Signalaufnahme im Spektrum (Abb. 5a \rightarrow 5b) deutet auf die Dominanz dieses Einflusses bei den Datensätzen mit hoher Datenrate hin.
2. Die Varianz der Schätzung ist ein zufälliger Fehler, der mit zunehmender Meßzeit verschwindet. Bei den Datensätzen mit niedriger Datenrate (Abb. 5c \rightarrow 5d) ist dies deutlich erkennbar. Dieses Verhalten läßt darüber hinaus auf die Dominanz der Schätzvarianz gegenüber dem

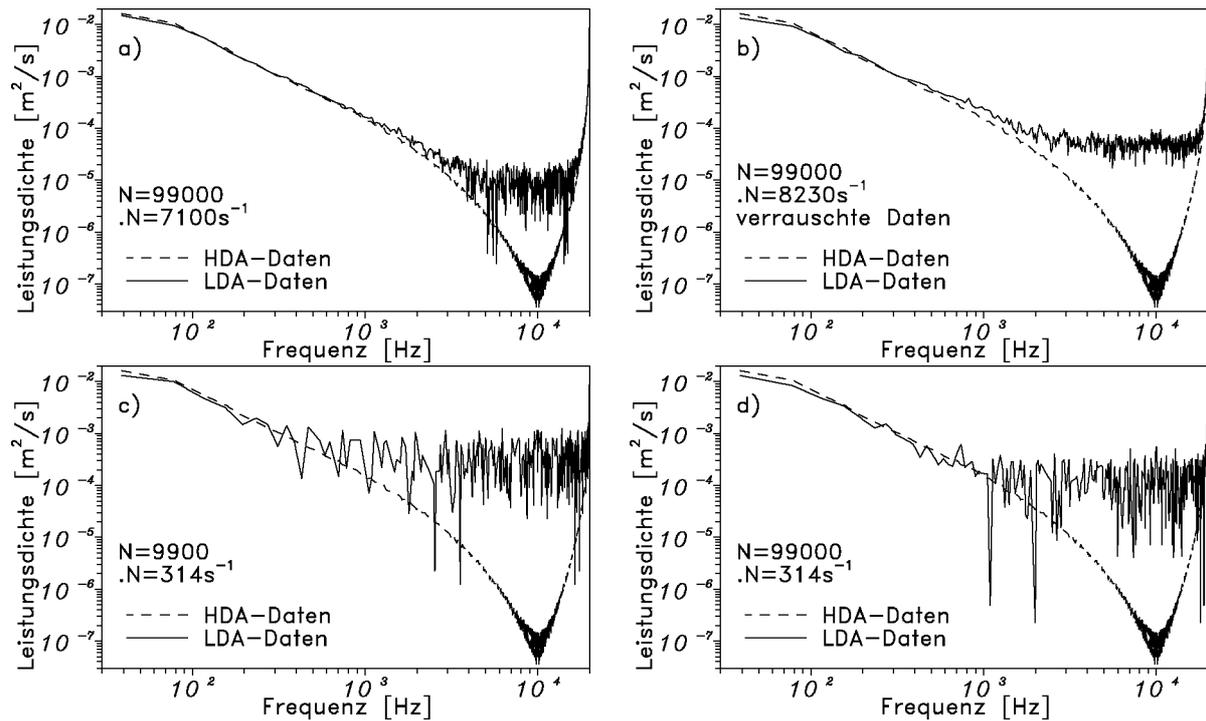


Abbildung 5: Spektrale Leistungsdichte aufgenommener LDA-Datensätze nach S+H-Rekonstruktion mit Entfaltung im Vergleich mit der HDA-Messung: a) hohe Datenrate; b) hohe Datenrate mit zusätzlichem Rauschen; c) niedrige Datenrate, kurzer Datensatz; d) niedrige Datenrate, langer Datensatz

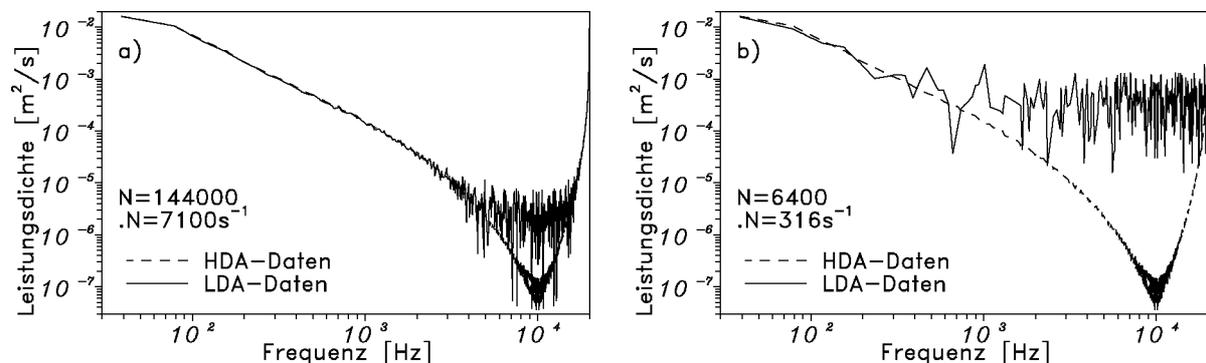


Abbildung 6: Spektrale Leistungsdichte simulierter LDA-Datensätze nach S+H-Rekonstruktion mit Entfaltung mit a) $\dot{n} = 7100s^{-1}$ und b) $\dot{n} = 316s^{-1}$ im Vergleich mit der zugrundeliegenden HDA-Messung

Meßtechnikrauschen schließen.

Zur Abschätzung der Einflüsse des Rauschens der LDA-Meßtechnik wurde der äquidistante Datensatz des HDA als Grundlage für die Simulation der stochastischen Abtastung durch die Streuteilchen bei der LDA-Messung verwendet. Hierdurch geht ein realistischer Datensatz mit abschätzbaren statistischen Eigenschaften und dem geringen Rauschpegel des HDA in die Simulation des LDA-Meßprozesses ein. Dies entspricht prinzipiell einem real gemessenen LDA-Datensatz, jedoch ohne zusätzliches Rauschen der Meßtechnik. In Abb. 6 sind die Resultate der Spektralschätzung mit Entfaltung für diese Simulation dargestellt. Die Datenraten entsprechen genau denen der aufgenommenen LDA-Datensätze. Die getroffenen Aussagen zu den Rauschquellen werden hierdurch bestätigt. Da die Simulation kein Prozeßrauschen enthält, wird die Rauschgrenze der Leistungsdichteschätzung durch die Varianz der Schätzung bestimmt. Bei der Simulation mit hoher Datenrate verringert sich die Unsicherheit der Schätzung gegenüber der realen Messung (Abb. 6a und 5a), wodurch die Dominanz des Meßtechnik-Rauschens bei hoher Datenrate deutlich wird. Bei niedriger Datenrate ist kein Unterschied zu der realen Messung er-

kennbar (Abb. 6b und 5c). Die Rauschgrenze des Spektrums wird durch die Varianz des Schätzers gebildet.

3 ZUSAMMENFASSUNG

Es wurde ein neuer Schätzer für die spektrale Leistungsdichte aus LDA-Datensätzen vorgestellt, der auf der Rekonstruktion des Geschwindigkeitsverlauf mit Hilfe von Proportional-Ein-Punkt-Rekonstruktionen basiert. Durch die Kenntnisse über die Abtaststatistik des Datensatzes konnte eine Invertierung der Filtereigenschaften dieser Rekonstruktionen hergeleitet werden, wodurch die systematischen Fehler, insbesondere oberhalb der bisher geltenden Grenze von $\dot{n}/2\pi$, eliminiert werden. Hierdurch wird es möglich, auch bei niedriger Datenrate erwartungstreue Schätzungen der spektralen Leistungsdichte zu erhalten. Die Reduktion der Varianz der Spektralschätzung ist durch längere Messung in stationären Prozessen möglich.

Es wurde keine Abschätzung des Meßrauschens vorgenommen, das aufgrund der LDA-Meßtechnik unweigerlich die Einzelmeßwerte verändert. Durch die Beseitigung der systematischen Fehler bei der Rekonstruktion wird dieser Rauschprozeß als prinzipielle Grenze des Verfahrens sichtbar. *Die durchgeführten Untersuchungen wurden durch die Deutschen Forschungsgemeinschaft gefördert (Az. Tr194/9 und Mu 1117/1)*

LITERATUR

- [1] Adrian, R.J. & Yao, C.S. 1987, Power Spectra of Fluid Velocities Measured by Laser Doppler Velocimetry, *Exp. in Fluids*, vol. 5, pp. 17–28.
- [2] Benedict, L.H. & Gould, R.D. 1995, Experiences Using Kalman Reconstruction for Enhanced Power Spectrum Estimates, *Proc. 6th Int. Conf. on Laser Anemometry, Hilton Head*.
- [3] Clark, J.J., Palmer, M.R. & Lawrence, P.D. 1985, A Transformation Method for the Reconstruction of Functions from Nonuniformly Spaced Samples, *IEEE Trans. of Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. ASSP-33, No. 4, pp. 1151–1165.
- [4] Edwards, R.V. & Jensen, A.S. 1983, Particle-Sampling Statistics in Laser Anemometers: Sample-and-Hold Systems and Saturable System, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 133, pp. 397–411.
- [5] Erdmann, J.C. & Tropea, C. 1982, Statistical Bias of the Velocity Distribution Function in Laser Anemometry, *Proc. 7th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, LADOAN, Lisbon*, paper 16.2.
- [6] Fuchs, W., Albrecht, H., Nobach, H., Tropea, C. & Graham, L.J.W. 1992, Simulation and Experimental Verification of Statistical Bias in Laser-Doppler Anemometry Including Non-Homogeneous Particle Density, *Proc. 6th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, LADOAN, Lisbon*.
- [7] Fuchs, W., Nobach, H. & Tropea, C. 1993, The Simulation of LDA Data and its Use to Investigate the Accuracy of Statistical Estimators, *AIAA Journal*, vol. 32, pp. 1883–1889.
- [8] Gaster, M. & Roberts, J.B. 1975, Spectral Analysis of Randomly Sampled Signals, *J. Inst. Maths Applics*, vol. 15, pp. 195–216.
- [9] Høst-Madsen, A. 1994, A New Method for Estimating Turbulence Spectra for Laser Doppler Anemometry, *Proc. 7th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, LADOAN, Lisbon*, paper 11.1.
- [10] Lee, D.H. & Sung, H.J. 1992, Turbulent Spectral Bias of Individual Realization of LDV, *Proc. 7th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, LADOAN, Lisbon*.
- [11] Müller, E., Nobach, H. & Tropea, C. 1994, LDA Signal Reconstruction: Application to Moment and Spectral Estimation, *Proc. 7th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, LADOAN, Lisbon*, paper 23.2.
- [12] Roberts, J.B., Downie, J. & Gaster, M. 1980, Spectral Analysis of Signals from a Laser Doppler Anemometer Operating in the Burst Mode, *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 13, pp. 977–981.
- [13] Strahle, W.C. 1991, Turbulent Combustion Data Analysis Using Fractals, *AIAA Journal*, vol. 29, No. 3, pp. 409–417.
- [14] Tropea, C. 1987, Turbulence-Induced Spectral Bias in Laser Anemometry, *AIAA Journal*, vol. 25, pp. 306–309.
- [15] van Maanen, H. & Tulleken, H. 1994, Application of Kalman Reconstruction to Laser-Doppler Anemometry Data for Estimation of Turbulent Velocity Fluctuations, *Proc. 7th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, LADOAN, Lisbon*, paper 23.1.
- [16] Veynante, D. & Candel, S.M. 1988, A Promising Approach in Laser Doppler Velocimetry Data Processing: Signal Reconstruction and Nonlinear Spectral Analysis, *Signal Processing*, vol. 14, pp. 295–300.