

# Leistungsfähigkeit von Rekonstruktionsverfahren in der LDA-Signalanalyse

H. Nobach, E. Müller

Universität Rostock, Fachbereich Elektrotechnik  
R.-Wagner-Str. 31, 18119 Rostock

C. Tropea

Universität Erlangen, Lehrstuhl für Strömungsmechanik  
Cauerstr. 4, 91058 Erlangen

Die Geschwindigkeitsmessung in turbulenten Strömungen mittels der Laser-Doppler-Anemometrie unterscheidet sich in der Signalaufnahme von herkömmlichen Verfahren durch

- Die Abtastzeitpunkte liegen in zufälligen, vom zu untersuchenden Prozeß bestimmten und somit nicht beeinflussbaren Abständen vor.
- Die Häufigkeit der Abtastung ist mit der Meßgröße selbst korreliert.

Die Bestimmung statistischer Strömungsparameter einer mittels der Laser-Doppler-Anemometrie aufgenommenen Geschwindigkeits-Zeitreihe kann grundsätzlich auf zwei Arten erfolgen:

- Die aufgenommene Geschwindigkeits-Zeitreihe wird durch Interpolation bzw. Approximation in eine kontinuierliche oder beliebig dicht abgetastete Geschwindigkeits-Zeitfunktion überführt (Rekonstruktion) und diese mittels herkömmlicher Analyseverfahren verarbeitet.
- Die Bestimmung der statistischen Parameter erfolgt direkt aus dem aufgenommenen Meßwertenssemble unter Berücksichtigung der statistischen Eigenschaften der Abtastfunktion.

Gegenstand des Berichtes ist die Wirksamkeit verschiedener Rekonstruktionsverfahren für die Bestimmung statistischer Strömungsparameter (z.B. Mittelwert, Varianz, Korrelationsfunktion, spektrale Leistungsdichte) aus einem LDA-Datensatz bei verschiedenen Strömungs- und Prozesseigenschaften als Randbedingungen. Hierbei werden neben klassischen Polynominterpolationen (Sample-and-Hold-Rekonstruktion **S+H** [1], lineare Rekonstruktion **LR**) und einem kombinierten Verfahren einer Zeitdehnungstransformation verbunden mit einer Shannon-Rekonstruktion **SR** [4, 14] auch ein fraktales Rekonstruktionsverfahren **FR** [3, 12, 13] sowie eine direkte Vorgabe einer Bandbegrenzung und eine Amplitudenfehlerminimierung mittels iterativer Projektionen auf konvexe Mengen **POCS** [8, 11, 16] untersucht. Die Verfahren wurden den angegebenen Quellen entnommen und sind in [9, 10] detailliert beschrieben.

## Untersuchungsverfahren

Der prinzipielle Verlauf bei der Verarbeitung von LDA-Signalen mittels der Signalrekonstruktion umfaßt nacheinander die Signalaufnahme, die Rekonstruktion des kontinuierlichen Geschwindigkeits-Zeitverlaufs, die äquidistante Reabtastung sowie die Bestimmung der statistischen Strömungsparameter aus dem äquidistanten Datensatz. Während die gesamte Signalauswertung eine Datenverarbeitung darstellt, die softwaretechnisch auf einem Rechner installiert ist und somit wenig technische Voraussetzungen erfordert, ist die Signalaufnahme bei Verarbeitung realer Meßsignale an die entsprechende Meßtechnik gebunden. Für statistisch gesicherte Aussagen zum Einfluß eines bestimmten Strömungsparameters auf die systematischen und zufälligen Fehler bei der Informationsgewinnung ist hierzu neben der Stationarität der Strömung über große Meßzeiten auch die Möglichkeit der untereinander unabhängigen Variation einzelner Strömungsparameter unter Beibehaltung aller anderen zu gewährleisten.

Da dies einen erheblichen technischen Aufwand bedeutet, wurde eine bereits mehrfach erfolgreich eingesetzte Näherung durch numerische Simulation als kostengünstige Alternative gewählt [6]. Aufgrund der Kenntnis der statistischen Eigenschaften der simulierten Strömung ist darüber hinaus eine Einschätzung der Leistungsfähigkeit und der Zuverlässigkeit der Signalverarbeitung möglich.

## Verifikation

Zur experimentellen Verifikation wird in einem Strömungskanal hinter einem Hindernis der zeitliche Geschwindigkeitsverlauf gemessen. Der zu untersuchende Datensatz wird mit einem Laser-Doppler-Anemometer aufgenommen. Als Referenz wird parallel hierzu ein Hitzdraht-Anemometer eingesetzt. Die so aufgenommenen Meßdaten werden wie im Bild 1 verarbeitet.

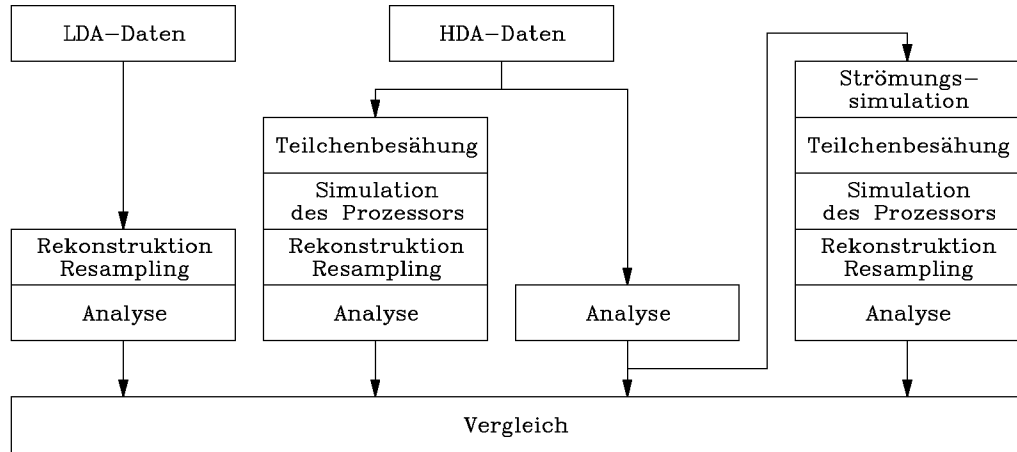


Abbildung 1: Verarbeitung der Meßdaten

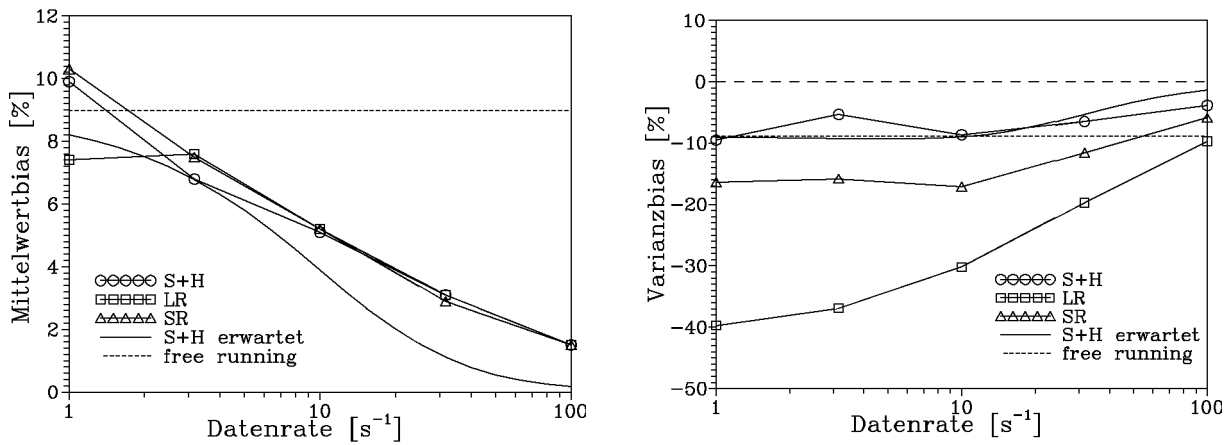


Abbildung 2: Bias der Mittelwert- (links) und Varianzschätzung eine rekonstruierten 1D-Simulation mit 30% Turbulenzgrad

## Ergebnisse

Die Ergebnisse der Mittelwert- und der Varianzschätzung der rekonstruierten Strömung nach der Anwendung verschiedener Rekonstruktionsalgorithmen (**S+H**, **LR**, **SR**) auf simulierte LDA-Datensätze in Abhängigkeit von der Meßvolumenrate sind im Bild 2 dargestellt. Zusätzlich wurden die theoretisch zu erwartenden Fehler eines *free-running processor* [5] und der **S+H** [15] dargestellt.

Wie erwartet, sinkt der relative Fehler mit steigender Datenrate. Der Mittelwertfehler verhält sich bei allen dargestellten Schätzungen ähnlich und kommt dem theoretisch zu erwartenden Verlauf eines Sample-and-Hold-Prozessors nahe. Aus dieser Darstellung heraus ist kein Rekonstruktionsverfahren zu bevorzugen. Signifikante Unterschiede treten bei der Varianzschätzung auf. Während sich die **S+H** im Bereich der theoretischen Erwartung befindet, ergibt die **LR** eine zu geringe Schätzung der Varianz. Das Ergebnis der **SR** liegt zwischen denen der **S+H** und der **LR**.

Im Bild 3 sind Schätzungen der spektralen Leistungsdichte, bestimmt durch Fourier-Transformation der äquidistant abgetasteten Rekonstruktionen für zwei unterschiedliche Meßvolumenraten,  $\dot{N} = 100\text{Hz}$  und  $\dot{N} = 1\text{Hz}$  (entspricht einer Datendichte, bezogen auf das integrale Zeitmaß, von 10 und 0.1), dargestellt. Sie werden mit der Leistungsdichte der simulierten Strömung verglichen.

Alle Rekonstruktionsverfahren wirken wie eine Tiefpaßfilterung. Die Grenzfrequenz ist der Datenrate direkt proportional. Diese Tatsache erfordert hohe Aufmerksamkeit bei der Beurteilung der Schätzqualität, da typische Turbulenzspektren sowie das hier verwendete Simulationsmodell ebenfalls diesen Verlauf aufweisen. Die Grenzfrequenz der **S+H** ist in [1] mit  $\frac{1}{2\pi}\dot{N}$  angegeben (entsprechend  $16\text{Hz}$  und  $0.16\text{Hz}$  in Bild 3). Die **LR** und die **SR** wirken wie Filter höherer Ordnung, sie weisen einen steileren Abfall oberhalb der Grenzfrequenz auf. Dies bewirkt die in Bild 2 gezeigte zu kleine Schätzung der Varianz bei diesen Rekonstruktionsverfahren. Alle Algorithmen weisen bei geringer Datenrate im niederfrequenten

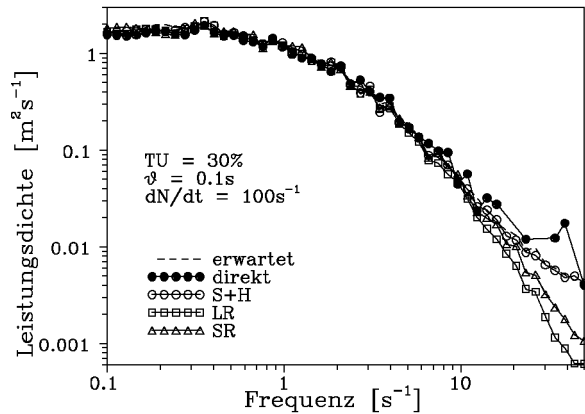


Abbildung 3: Spektrale Leistungsdichten einer 1D-Simulation mit 30% Turbulenzgrad und zwei unterschiedlichen Datenraten

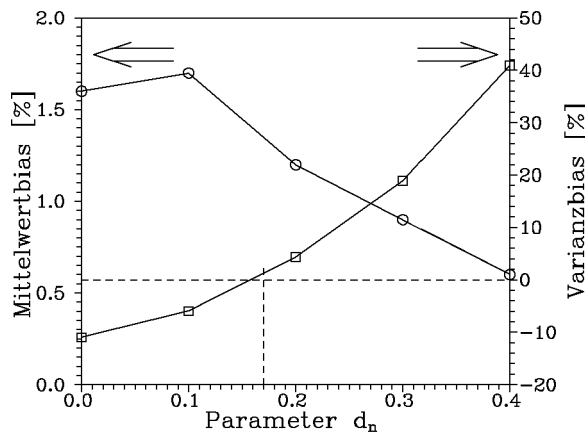
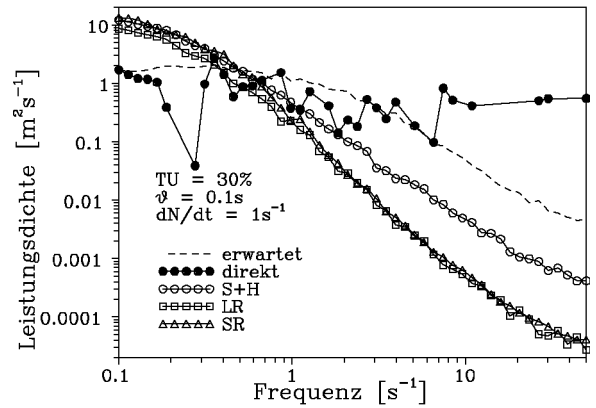


Abbildung 4: Einfluß des Parameters  $d_n$  bei der **FR** auf den Mittelwert- (oooo) und den Varianzfehler (□□□□)

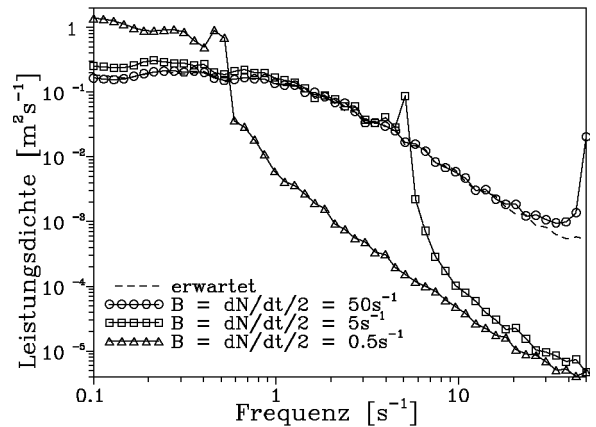


Abbildung 5: Geschätzte Leistungsdichtespektren bei der **POCS**

Bereich eine zu große Schätzung der Leistungsdichte auf, hervorgerufen durch das in [1] beschriebene *step noise*, und eine Verringerung bei hohen Frequenzen durch den Filtereffekt. Zum Vergleich ist im Bild 3 das Ergebnis der direkten Leistungsdichteschätzung mit Aufenthaltszeitwichtung dargestellt. Die hohe Varianz der Schätzung bei hohen Frequenzen, wie sie in [7] hergeleitet ist, bleibt aufgrund der fehlenden Tiefpaßfilterung erhalten.

Die **FR** unterscheidet sich von den anderen untersuchten Verfahren durch die Nutzung der Selbstähnlichkeit der Geschwindigkeitsverläufe von Strömungen über weite Zeitskalen. Hierdurch geht neben dem LDA-Datensatz noch eine weitere Information über das Signal in die Rekonstruktion ein, was bessere Ergebnisse bei der Bestimmung statistischer Kenngrößen der untersuchten Strömungen erwarten läßt. Bild 4 zeigt die Schwierigkeiten beim Einsatz dieses Verfahrens. Die Schätzung der Varianz ist stark von der Vorgabe des Parameters  $d_n$  abhängig. Dieser Parameter ist der Amplituden-Skalierungs-Parameter der fraktalen Abbildungen des gesamten Datensatzes auf Teilbereiche und gibt direkt die Stärke der Selbstähnlichkeit an. Er steht somit im unmittelbaren Zusammenhang zur fraktalen Dimension  $D_0$  [2] des Datensatzes. Der Einsatz der **FR** erfordert daher eine genaue Abschätzung der vorzugebenden Parameter.

Abschließend sind im Bild 5 Schätzungen der spektralen Leistungsdichte bei Verwendung der **POCS** zur Rekonstruktion dargestellt. Die vorzugebende Bandbreite des Ausgangsfilters wurde gleich der halben Datenrate gewählt. Bei genau dieser Frequenz ist aufgrund der Filterung des rekonstruierten Signals durch Abschneiden des Spektrums ein Überschwingen (Gibb's Phänomen) festzustellen. Die Vorgabe der Bandbreite des Ausgangsfilters wirkt sich direkt auf das Ergebnis der Leistungsdichteschätzung aus

und stellt lediglich eine Einschränkung des Gültigkeitsbereiches dar. Durch Festlegung einer sehr großen Bandbreite des POCS-Filters schwingt dieses schneller ein, so daß die iterative Verringerung des Amplitudenfehlers zu den Abtastzeitpunkten auf einen kleinen Bereich um die Abtastwerte begrenzt bleibt. Der Kurvenverlauf nähert sich somit über weite Bereiche der Zeitachse der Initialisierungsfunktion (hier die **LR**) an.

## Schlußfolgerungen

Die Möglichkeit, die Qualität der Schätzung statistischer Strömungskenngrößen aus einem LDA-Datensatz durch Rekonstruktion des kontinuierlichen Geschwindigkeits-Zeit-Verlaufs zu verbessern, wurde untersucht. Es konnte eine Ähnlichkeit der Rekonstruktionen in Bezug auf die Auswirkungen von Turbulenzgrad und Teilchenrate auf die Schätzergebnisse statistischer Strömungskenngrößen festgestellt werden. Die Ergebnisse sind mit der direkten Verarbeitung von LDA-Daten mit Ankunftszeit-Wichtung vergleichbar. Die Tiefpaßfilterung des rekonstruierten Signals begrenzt den Bereich zuverlässiger Ergebnisse bei der Leistungsdichteschätzung. Nachteil der Rekonstruktionen insgesamt ist die fehlende Möglichkeit, verschiedene Wichtungsalgorithmen [6] einzusetzen. Hierdurch ist die Rekonstruktion an hohe Datenraten gebunden, liefert jedoch auch bei inhomogenem Teilchen-Seeding zuverlässige Ergebnisse. Bei homogenem Seeding können durch Einsatz der Aufenthaltszeitwichtung bei der direkten Verarbeitung der LDA-Daten die Schätzungen statistischer Kenngrößen der Strömung gegenüber den Rekonstruktionsverfahren noch verbessert werden.

## Literatur

- [1] Adrian R.J., Yao C.S. *Power spectra of fluid velocities measured by laser Doppler velocimetry*, Exp. in Fluids, vol. 5, pp. 17-28, 1987.
- [2] Barnsley M.F. *Fractals Everywhere* San Diego: Academic Press, 1988.
- [3] Chao Y.C., Leu J.H. *A fractal reconstruction method for LDV spectral analysis* Exp. in Fluids, vol. 13, pp. 91-97, 1992.
- [4] Clark J.J., Palmer M.R., Lawrence P.D. *A Transformation Method for the Reconstruction of Functions from Nonuniformly Spaced Samples* IEEE Trans. of Acoustics, speech, and signal processing, vol. ASSP-33, No. 4, pp. 1151-1165, 1985.
- [5] Erdmann J.C., Tropea C. *Statistical Bias of the Velocity Distribution Function in Laser Anemometry*, Proc. Int. Symp. on Appl. of LDA to Fluid Mech., LADOAN, Lisbon, 1982.
- [6] Fuchs W., Nobach H., Tropea C. *LDA Data Simulation: Application to Investigate the Accuracy of Statistical Estimators*, accept for publication AIAA, 1993.
- [7] Gaster M., Roberts J.B. *Spectral Analysis of Randomly Sampled Signals* J. Inst. Maths Applics., vol. 15, pp. 195-216, 1975.
- [8] Kuo S., Mammone R.J. *Image Restoration by Convex Projections Using Adaptive Constraints and the  $L_1$  Norm* IEEE Trans. on signal processing, vol. 40, No. 1, pp. 159-169, 1992.
- [9] Müller E., Nobach H., Tropea C. *LDA Signal Reconstruction: Application to Moment and Spectral Estimation*, Proc. 7th Int. Symp. of Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, LADOAN, Lisbon, 1994.
- [10] Nobach H. *Signalrekonstruktion in der Laser-Doppler-Anemometrie*, Diplomarbeit, Universität Rostock, 1994.
- [11] Sauer K.D., Allebach J.P. *Iterative Reconstruction of Band-Limited Images from Nonuniformly Spaced Samples*, IEEE Trans. on circuits and systems, vol. cas-34, No. 12, pp. 1497-1506, 1987.
- [12] Strahle W.C. *Turbulent combustion data analysis using fractals* AIAA-Journal, vol. 29, no. 3, pp. 409-417, 1991.
- [13] Strahle W.C., Jagoda J.I. *Fractal Geometry Applications in turbulent Combustion Data Analysis* 22nd Symp. Int. on Combustion, The Combustion Institute, pp. 561-568, 1988.
- [14] Veynante D., Candel S.M. *A Promising Approach in Laser Doppler Velocimetry Data Processing: Signal Reconstruction and Nonlinear Spectral Analysis*, Signal Processing, vol. 14, pp. 295-300, 1988.
- [15] Winter A.R., Graham L.J.W., Bremhorst K. *Effects of Time Scales on Velocity Bias in LDA Measurements using Sample and Hold Processing* Exp. in Fluids, vol. 11, pp. 147-152, 1991.
- [16] Yeh Shu-jean, Stark H. *Iterative and one-step reconstruction from nonuniform samples by convex projections*, J. Opt. Soc. Am. A, vol. 7, No. 3, pp. 491-499, 1990.