

Signalrekonstruktion in der Laser-Doppler-Anemometrie

Diplomarbeit

Universität Rostock
Fachbereich Elektrotechnik

vorgelegt von

Holger Nobach

Betreuer:

Prof. Dr.-Ing. habil. E. Müller
Universität Rostock

Prof. Dr.-Ing. habil. C. Tropea
Universität Erlangen-Nürnberg

Vorwort

Die Laser-Doppler-Anemometrie hat als berührungsloses Strömungsgeschwindigkeitsmeßverfahren in der Strömungsmesstechnik starke Verbreitung gefunden. Die Weiterentwicklung des Meßverfahrens zum industriellen Einsatz ist in den letzten Jahren weit fortgeschritten. Der Einsatz der Laser-Doppler-Anemometrie erfolgt hierbei auch bei der Untersuchung turbulenter Strömungen. Aufgrund physikalischer Grundlagen des Meßverfahrens ist die Bestimmung von statistischen Kenngrößen aus einem LDA-Datensatz fehlerbehaftet. Die Fehlerursachen aufzudecken, Ansätze für die Korrektur zu finden und so die Informationsgewinnung zu verbessern, habe ich mir zur Aufgabe gemacht.

Für die Unterstützung, die ich hierbei in den letzten Jahren erfahren habe, möchte ich allen danken, die hieran Anteil haben.

Besonders möchte ich Herrn Prof. Albrecht und Herrn Dr. Fuchs danken, die meinen Weg bereitet haben und mir stets beratend zur Seite standen.

Für die gute und fruchtbare Zusammenarbeit der letzten Jahre sowie speziell für die Betreuung dieser Arbeit danke ich Frau Prof. Müller und Herrn Prof. Tropea, die mich mit immer neuen Anregungen für Untersuchungen versorgten.

Weiterhin seien für die Bereitstellung von Geräten und Anlagen für Messungen der Lehrstuhl für Strömungsmechanik der Universität Erlangen und der Techno-Trans e.V. dankend erwähnt.

Rostock, 26. April 1994

Universität Rostock
Fachbereich Elektrotechnik

Diplomthema

für Herrn cand. ing. Holger Nobach

Thema: Signalrekonstruktion in der Laser-Doppler-Anemometrie

In der Laser-Doppler-Strömungsgeschwindigkeitsmessung (LDA) ist das Turbulenzspektrum ein wesentlicher Parameter zur Beurteilung des dynamischen Verhaltens von mehrdimensionalen Strömungen. Zur Bestimmung des Leistungsdichtespektrums aus dem LDA-Meßwertensemble wurden seit kurzem nichtlineare Rekonstruktionsmethoden für ein äquidistantes Resampling angewendet. Die klassischen Schätzmethode verarbeiten bekanntlich die nichtäquidistanten Daten direkt.

Das Ziel der Arbeit besteht in der Untersuchung der Leistungsfähigkeit verschiedener Signalrekonstruktionsverfahren zur Turbulenzbestimmung von LDA-Signalen auf der Basis von Simulationsrechnungen. Im Ergebnis sind Aussagen zum Bias und zur Varianz der Schätzverfahren insbesondere unter dem Einfluß der Teilchendichte und im Vergleich mit klassischen Verfahren zu treffen.

Im Rahmen der Arbeit sind folgende Teilaufgaben zu lösen:

- Literaturrecherche zu Rekonstruktionsverfahren für stochastische Abtastprozesse
- Erarbeitung geeigneter Algorithmen zur Signalrekonstruktion des LDA-Meßwertensembles und Implementation in das zu überarbeitende Simulationsprogramm für LDA-Meßprozesse in 3D-Strömungsgeschwindigkeitsfeldern
- Untersuchung der selektierten Verfahren in Abhängigkeit von Strömungs- und Prozessor-Eigenschaften; Abschätzung von Bias und Varianz für simulierte Test- und LDA-Signale
- Leistungsvergleich mit vorliegenden Ergebnissen zu den direkten Spektralschätzverfahren

Tag der Ausgabe: 01.11.1993

Tag der Abgabe: 30.04.1994

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. habil. E. Müller (Uni Rostock)
 Prof. Dr.-Ing. habil. C. Tropea (Uni Erlangen)

Prof. Dr.-Ing. R. Rockmann
Vorsitzender des Prüfungsausschusses

Kurzreferat

Die Laser-Doppler-Anemometrie findet als berührungsloses optisches Geschwindigkeitsmeßverfahren in der Strömungsmechanik starke Verbreitung.

Das durch das Meßprinzip erhaltene Meßwertensemble ist aufgrund der physikalischen Grundlagen eine stochastisch abgetastete Funktion der Strömungsgeschwindigkeit, wobei die Meßrate mit der Meßgröße korreliert ist. Dabei sind die Abtastzeitpunkte durch den zu untersuchenden Prozeß bestimmt. Das Meßwertensemble ist Ausgangspunkt für die Bestimmung statistischer Kenngrößen der untersuchten Strömung.

Die Analyse des LDA-Meßwertensembles kann grundsätzlich auf zwei Wegen erfolgen:

- Auswertung des Meßwertensembles direkt, mit Methoden, die die statistischen Kenngrößen der Abtastfunktion berücksichtigen
- funktionale Rekonstruktion des Geschwindigkeits-Zeit-Verlaufs der untersuchten Strömung aus dem Meßwertensemble und anschließende Analyse der kontinuierlichen Geschwindigkeits-Zeit-Funktion mit klassischen Verfahren.

Es werden Algorithmen zur Rekonstruktion des Geschwindigkeits-Zeit-Verlaufs einer Strömung aus einem LDA-Meßwertensemble vorgestellt und ihre Wirksamkeit unter Verwendung simulierter Datensätze bei Anwendung auf LDA-Daten verschiedener Prozeß- und Meßbedingungen untersucht und mit den Untersuchungsergebnissen zu direkten Analyseverfahren sowie mit experimentell gewonnenen Ergebnissen verglichen.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	6
Tabellenverzeichnis	7
Symbolverzeichnis	8
1 Einleitung	10
2 Methoden der Signalrekonstruktion	12
2.1 Polynominterpolation	12
2.2 Zeitdehnungstransformation (Shannon-Rekonstruktion)	12
2.3 Fraktale Rekonstruktion	13
2.3.1 Rekonstruktionsverfahren	13
2.3.2 Implementation für konstante fraktale Dimension	14
2.3.3 Implementation für das Zielsystem	15
2.4 Projektion auf konvexe Mengen	16
2.4.1 Mathematischer Hintergrund	16
2.4.2 Iteratives Verfahren	17
2.4.3 One-Step-Verfahren	18
2.4.4 Implementation	19
3 Untersuchung der Rekonstruktionsmethoden	19
3.1 Algorithmen der Simulation	19
3.2 Algorithmen der statistischen Kenngrößenbestimmung	20
3.3 Kriterien zur Bewertung der Rekonstruktion	21
3.4 Vorgehen bei der Untersuchung der Rekonstruktionsmethoden	23
3.5 Meßaufbau zur experimentellen Verifikation	24
3.6 Testsignale	25
3.7 Parametervariation bei der Rechnersimulation	25
3.8 Parametervariation bei der experimentellen Verifikation	27
4 Untersuchungsergebnisse bei gegebenen Prozeß- und Meßparametern	30
5 Zusammenfassung und Ausblick	34
Thesen	36
Literatur	37
A Tabellen und Diagramme	39
A.1 Testsignale	39
A.2 Rechnersimulationen	42
A.2.1 Fraktale Rekonstruktion	42
A.2.2 Projektion auf konvexe Mengen	46
A.2.3 Polynominterpolation/Zeitdehnungstransformation	48
A.2.4 Weißes Rauschen als simulierte Strömung	66
A.3 Reale Messungen	73
A.3.1 HDA-Grundserie/simulierte Teilchenserie	73

A.3.2	Simulierte Grundserie/simulierte Teilchenserie	86
A.3.3	Gemessene LDA-Daten	99

Abbildungsverzeichnis

1	Nicht äquidistante Abtastung des kontinuierlichen Signals	11
2	Analoges Modell der Projektion auf konvexe Mengen	16
3	Beispiel für die Simulation der Strömungsgeschwindigkeit und der Teilchenbesähung .	20
4	Verarbeitungsschritte der Simulation	21
5	Analoges Modell der Fehlerabschätzung bei ungestörten Systemen	22
6	Analoges Modell der Fehlerabschätzung bei gestörten Systemen	23
7	Verarbeitung der Meßdaten	24
8	Meßanordnung zur experimentellen Verifikation	25
9	Abhängigkeit des Mittelwert- und des Variabias von der Teilchenrate ausgewählter Rekonstruktionsverfahren bei gegebenem Turbulenzgrad	31
10	Abhängigkeit des Mittelwert- und des Variabias vom Parameter d_n bei der fraktalen Rekonstruktion mit konstanter fraktaler Dimension bei gegebenem Turbulenzgrad . .	32

Tabellenverzeichnis

1	Statistische Größen der aufgenommenen Datensätze	28
2	Prinzipieller Verlauf der Korrelationsfunktion in Abhängigkeit von der Rekonstruktion	33
3	Prinzipieller Verlauf der spektralen Leistungsdichte in Abhängigkeit von der Rekonstruktion	34

Symbolverzeichnis

$a(t)$	Abtastfunktion
$a_n \dots f_n$	skalare Parameter
$d_i = d(t_i)$	normierte Fensterfunktion zum Zeitpunkt t_i
$d(t)$	normierte Fensterfunktion mit $\frac{1}{T} \int_0^T D^2(t) dt = 1$
f	Frequenz
f_0	Grenzfrequenz
$g(t)$	Hilfsfunktion im t -Bereich
$h_i = h(\tau_i)$	Hilfsfunktion zum Zeitpunkt τ_i
$h(\tau)$	Hilfsfunktion im τ -Bereich
\vec{h}	Transformationsvektor von $g(t)$ auf $u_r(t_i)$
j	imaginäre Einheit
\vec{s}	Filtervektor von $g(t_i)$ auf $u_r(t)$
t	Zeit
t_i	Abtastzeitpunkt
$u_i = u(t_i)$	Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t_i
$u(t)$	Geschwindigkeits-Zeit-Funktion
$u_a(t) = u(t)a(t)$	abgetastete Geschwindigkeits-Zeit-Funktion
$u_r(t)$	rekonstruierte Geschwindigkeits-Zeit-Funktion
\vec{u}	Vektor mit Abtastwerten u_i
w_i	Wichtungsfaktor für u_i
B	Bandbreite
C_i	konvexe Menge
D_0	fraktale Dimension
G	System
$F(X)$	statistische Kenngröße von X
H	Transformationsmatrix von $g(t)$ auf $u_r(t)$
N	Anzahl der Samples innerhalb T
\dot{N}_0	Meßvolumenrate
\dot{N}_1	Triggerrate
\dot{N}_2	Meßrate
\dot{N}_3	Datenspeicherrate
P_i, T_i	Projektionsoperatoren
$R_{uu}(\tau)$	zeitliche Autokorrelationsfunktion der Größe u
$S_{uu}(f)$	spektrale Leistungsdichte (Turbulenzspektrum) der Größe u
T	Meßzeit
T_0	Abtastintervall
TU	Turbulenzgrad
W_n	fraktale Abbildung
X	Eingangsgröße
Y	Ausgangsgröße
Z	Störgröße

β	Bias allg.
β_1	Mittelwertbias
β_2	Varianzbias
$\delta(t)$	Diracfunktion
ϵ	Fehler der Schätzung
ϑ_{uu}	integrales Zeitmaß (zeitliches Korrelationsintervall) der Größe u
λ	skalarer Parameter
τ	transformierter Zeitbereich
$\tau_i = iT_0$	Abtastzeitpunkt im τ -Bereich

mathematische Symbole

\hat{x}	Schätzwert der Zufallsgröße x
x^*	konjugiert komplexe zu x
$x^{(i)}$	i -te Realisierung der Größe x
$[x]$	größte ganze Zahl von x ($x - 1 < [x] \leq x$ mit $[x] \in \mathbb{Z}$)
$E\{x\}$	Erwartungswert der Zufallsgröße x
$\hat{E}\{x\}$	geschätzter Erwartungswert der Zufallsgröße x
$p(x)$	Wahrscheinlichkeit von x
$si(x)$	$\frac{\sin(x)}{x}$
$\ \vec{x}\ $	L_2 -Norm von \vec{x} mit $\ \vec{x}\ ^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2$
\bar{x}	Mittelwert der Zufallsgröße x
σ_x^2	Varianz der Zufallsgröße x
$(x_1; x_2)$	offenes Intervall von x_1 bis x_2
$(x_1; x_2]$	links offenes Intervall von x_1 bis x_2
$[x_1; x_2)$	rechts offenes Intervall von x_1 bis x_2
$[x_1; x_2]$	geschlossenes Intervall von x_1 bis x_2
$f_1(x) * f_2(x)$	Faltungsintegral $f_1(x) * f_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(s) f_2(x - s) ds$

1 Einleitung

Die wesentlichen Eigenschaften der Laser-Doppler-Anemometrie als Strömungsgeschwindigkeitsmeßverfahren

- berührungsloses, indirektes optisches Verfahren
- absoluter, linearer Zusammenhang zwischen der Strömungsgeschwindigkeit und der Signalfrequenz als elektrischer Meßgröße
- geometrisch definierte Richtungsabhängigkeit im Raum
- hohe räumliche und zeitliche Auflösung
- Erweiterbarkeit zur simultanen Mehrkomponentenmessung

führen zu einem verbreiteten Einsatz in der Strömungsmechanik.

Das Meßverfahren beruht darauf, daß kleine Teilchen mit einem vernachlässigbaren Schlupf vom strömenden Medium mitgeführt werden, und diese eingestrahlte elektromagnetische Wellen streuen. Passiert ein Teilchen das Meßvolumen, so bildet sich durch die Wechselwirkung des Teilchens mit dem räumlichen elektromagnetischen Feld der räumliche Intensitätsverlauf auf dem Fotoempfänger zeitlich ab, der den zeitlichen Intensitätsverlauf in eine elektrische Meßgröße umwandelt.

Aus dem elektrischen Signal beim Meßvolumendurchtritt eines Teilchens ist die Geschwindigkeit dieses Teilchens in Meßrichtung bestimmbar. Ausgehend von der Voraussetzung, daß das Teilchen der Strömung schlupfflos folgt, kann hieraus auf die Momentangeschwindigkeit der Strömung in Meßrichtung u geschlossen werden.

Somit ist die Informationsgewinnung über die momentane Strömungsgeschwindigkeit nur dann möglich, wenn ein Streuteilchen das Meßvolumen passiert. Die Geschwindigkeitsbestimmung unterliegt somit der statistischen Verteilung der Teilchen im Strömungsfaden und ist ein Abtastprozeß. Die Abtastung erfolgt stochastisch und ist durch die Strömung vorgegeben.

Da die Streuteilchen vom strömenden Medium mitgeführt werden, ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Auftretens eines Meßereignisses sowohl eine Funktion der räumlichen Verteilungsdichte der Teilchen im Gesamtvolumen als auch des zeitlichen Verlaufs der Strömungsgeschwindigkeit und somit der Meßgröße selbst.

Das kontinuierliche Signal $u(t)$ werde durch die Abtastfunktion $a(t)$

$$a(t) = \sum_{i=1}^N \delta(t - t_i) \quad (1.1)$$

mit

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{für } t = 0 \\ 0 & \text{für } t \neq 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

und

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{-\Delta t}^{\Delta t} \delta(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (1.3)$$

abgetastet. Hierbei sind die t_i die Abtastzeitpunkte, wobei diese durch eine Zufallsfunktion bestimmt sind mit der Wahrscheinlichkeitsdichte

$$p(t \in \{t_i\}; \forall i \in \{1, \dots, N\}).$$

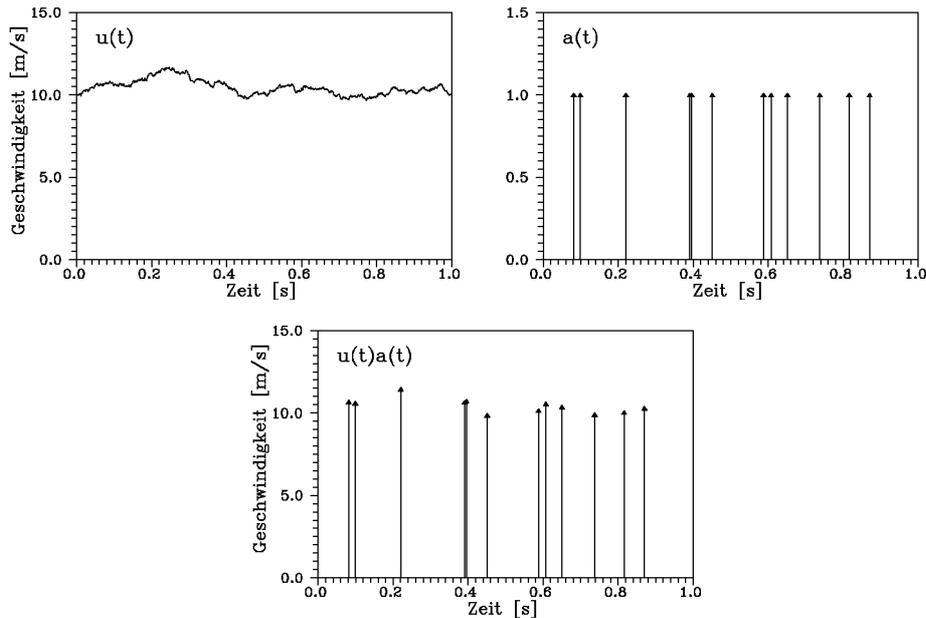


Abbildung 1: Nicht äquidistante Abtastung des kontinuierlichen Signals

Die Abtastung des kontinuierlichen Signals wird durch die Multiplikation

$$u(t)a(t) = u_a(t) = \sum_i u(t_i)\delta(t - t_i)$$

realisiert (Abbildung 1).

Werden auf einen solchen Datensatz die Schätzmethoden statistischer Kenngrößen angewendet, so gehen die statistischen Eigenschaften der Abtastfunktion ein. Werden diese nicht vom Schätzer berücksichtigt, so folgen hieraus systematische Fehler der Schätzung gegenüber dem kontinuierlichen Signalverlauf.

Bei der Informationsgewinnung aus LDA-Datensätzen sind

- exponentialverteilte Abstände der Abtastzeitpunkte
- Korrelation der Meßhäufigkeit mit der Meßgröße

die Ursachen für systematische Fehler (Bias).

Die biasfreie Schätzung statistischer Kenngrößen aus einem LDA-Datensatz setzt die Einbeziehung dieser Fehlerursachen in die Schätzung voraus. So werden bei direkter Verarbeitung der Meßdaten Wichtungsalgorithmen verwendet, die die Korrelation zwischen Meßhäufigkeit und Meßwert aufheben. Die Verteilung der Meßzeitpunkte wird durch Einfügen von Korrekturgliedern (z.B. bei der Leistungsdichteschätzung wie in [8]) aufgehoben.

Ein anderer Weg ist die funktionale Rekonstruktion des untersuchten Signals aus dem LDA-Datensatz und die Anwendung konventioneller Schätzmethoden.

In der vorliegenden Arbeit werden, ausgehend von Rechnersimulationen des LDA-Meßprozesses, Algorithmen zur funktionalen Rekonstruktion des Geschwindigkeits-Zeit-Verlaufs einer Strömung aus einem LDA-Datensatz hinsichtlich ihres Einflusses auf die Ergebnisse der Schätzung statistischer Kenngrößen unter verschiedenen Prozeß- und Meßbedingungen untersucht.

Zunächst werden im folgenden Abschnitt die untersuchten Rekonstruktionsverfahren sowie Besonderheiten der verwendeten numerischen Realsierung als Computer-Software detailliert dargestellt. Die Beschreibung der Simulation des Meßprozesses und des Vorgehens bei der Untersuchung der Rekonstruktionsverfahren zur Gewinnung von statistischen Kenngrößen schließen sich im dritten Abschnitt an. Im vierten Abschnitt sind ausgewählte Ergebnisse der Rechnersimulationen zusammengefaßt.

2 Methoden der Signalrekonstruktion

2.1 Polynominterpolation

Für die Rekonstruktion eines nichtäquidistant abgetasteten LDA-Datensatzes findet die Polynominterpolation starke Verbreitung. Niedrige Polynomordnungen werden hierbei bevorzugt eingesetzt. In dieser Arbeit wurden die Sample-and-Hold-Rekonstruktion (vgl. [1]) mit

$$u_r(t) = u_i \quad \text{wobei} \quad t_i \leq t < t_{i+1} \quad (2.1)$$

sowie die lineare Interpolation mit

$$u_r(t) = u_{i+1} \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i} + u_i \frac{t_{i+1} - t}{t_{i+1} - t_i} \quad \text{wobei} \quad t_i \leq t < t_{i+1} \quad (2.2)$$

untersucht.

2.2 Zeitdehnungstransformation (Shannon-Rekonstruktion)

In [5] und [27] wurde eine Rekonstruktionsmethode vorgestellt, die den nicht äquidistant abgetasteten LDA-Datensatz mit seinen Werten $u_i = u(t_i)$ mit $i = 1, 2, \dots, N$ zunächst durch die Zeitdehnungstransformation

$$\tau_i = iT_0 \quad (2.3)$$

$$u(t_i) = h(\tau_i) \quad (2.4)$$

in einen äquidistant, zu den Zeitpunkten τ_i abgetasteten Datensatz $h_i = h(\tau_i)$ überführt.

Unter der Annahme, daß die Leistungsdichte $S_{hh}(f)$ für $f > f_0 = \frac{1}{2T_0}$ vernachlässigbar ist, kann unter Anwendung des Shannon-Theorems die Funktion $h(\tau)$ vollständig durch

$$h(\tau) = \sum_{i=1}^N h(\tau_i) \text{sinc}(2\pi f_0(\tau_i - iT_0)) \quad (2.5)$$

rekonstruiert werden.

Der auf diese Weise rekonstruierte Geschwindigkeits-Zeit-Verlauf $h(\tau)$ wird nun über eine Inverse der o.g. Zeitdehnungstransformation in den originalen Zeitbereich zurücktransformiert. Hierbei wird vorzugsweise die lineare Interpolation verwendet, so daß gilt

$$u_r(t(\tau)) = h(\tau) \quad (2.6)$$

$$t(\tau) = t_{[\tau]} + (t_{[\tau]+1} - t_{[\tau]})(\tau - [\tau]). \quad (2.7)$$

2.3 Fraktale Rekonstruktion

2.3.1 Rekonstruktionsverfahren

Die Analyse von Zeitreihen turbulenter Strömungen ergab fraktale Zusammenhänge der Strömungsgeschwindigkeit über weite Bereiche der Zeitskalen [9, 10]. Dieser innere Zusammenhang kann zur Rekonstruktion des Geschwindigkeit-Zeit-Verlaufs einer Strömung aus einer Abtastreihe, speziell einem LDA-Datensatz, benutzt werden [4, 24, 25]. Hierzu wird zunächst der i.a. nicht äquidistant, zu den Zeitpunkten t_i abgetastete LDA-Datensatz mit seinen Werten $u_i = u(t_i)$ mit $i = 0, 1, \dots, N$ durch die Zeitdehnungstransformation

$$\tau_i = iT_0 \quad (2.8)$$

$$u(t_i) = h(\tau_i) \quad (2.9)$$

in eine äquidistant, zu den Zeitpunkten τ_i abgetastete Zeitreihe überführt.

Der Übergang von einem Wertepaar $\begin{pmatrix} \tau_{old} \\ h_{old} \end{pmatrix}$ zum nächsten $\begin{pmatrix} \tau_{new} \\ h_{new} \end{pmatrix}$ wird durch die Abbildung

$$\begin{pmatrix} \tau_{new} \\ h_{new} \end{pmatrix} = W_n \begin{pmatrix} \tau_{old} \\ h_{old} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_{old} \\ h_{old} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

mit den Nebenbedingungen

$$W_n \begin{pmatrix} \tau_0 \\ h_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_n \\ h_n \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

$$W_n \begin{pmatrix} \tau_N \\ h_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{n+1} \\ h_{n+1} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

mit $n = 0, 1, \dots, (N - 1)$ bestimmt. Hierbei ist n in jedem Schritt der Rekonstruktion eine gleichverteilte Zufallszahl aus diesem Bereich.

Wird zunächst d_n als ein frei wählbarer Parameter betrachtet, so legen die Nebenbedingungen die anderen Parameter fest.

$$a_n = \frac{\tau_{n+1} - \tau_n}{\tau_N - \tau_0} \quad (2.13)$$

$$e_n = \tau_n - a_n \tau_0 \quad (2.14)$$

$$c_n = \frac{h_{n+1} - h_n - d_n(h_N - h_0)}{\tau_n - \tau_0} \quad (2.15)$$

$$f_n = h_n - d_n h_0 - c_n \tau_0 \quad (2.16)$$

In diesem Fall ist d_n ein Parameter für die fraktale Dimension D_0 .

Kennt man die fraktale Dimension nicht, so läßt sich der Parameter d_n über die Abbildungsgleichung von und auf ausgewählte Punkte (Halb- und Ziel-Punkte) berechnen. Hierbei geht von den insgesamt $(2N - 1)$ Punkten nur jeder zweite $\begin{pmatrix} \tau_n \\ h_n \end{pmatrix}$ mit $n = 0, 1, \dots, N$ in die oben geschilderte

Berechnung ein. Die anderen Punkte $\begin{pmatrix} \tau_n^{(t)} \\ h_n^{(t)} \end{pmatrix}$ mit $n=0,1,\dots,(N-1)$ werden als Zielpunkte definiert.

Hierbei liegt $\tau_n^{(t)}$ in der Mitte von τ_n und τ_{n+1} .

Somit ergibt sich für jedes $n=1,2,\dots,(N-1)$ die zusätzliche Nebenbedingung

$$\begin{pmatrix} \tau_n^{(t)} \\ h_n^{(t)} \end{pmatrix} = W_n \begin{pmatrix} \tau_{\frac{N}{2}} \\ h_{\frac{N}{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_{\frac{N}{2}} \\ h_{\frac{N}{2}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

Hieraus ergibt sich die Bedingung für d_n

$$d_n = \frac{h_n^{(t)} - \frac{1}{2}(h_{n+1} + h_n)}{h_{\frac{N}{2}} - \frac{1}{2}(h_n + h_0)} \quad (2.18)$$

Der auf diese Weise rekonstruierte Geschwindigkeits-Zeit-Verlauf $h(\tau)$ wird nun über eine Inverse der o.g. Zeitdehnungstransformation in den originalen Zeitbereich zurücktransformiert. Hierbei wird vorzugsweise die lineare Interpolation verwendet, so daß gilt

$$u_r(t(\tau)) = h(\tau) \quad (2.19)$$

$$t(\tau) = t_{\lfloor \tau \rfloor} + (t_{\lfloor \tau \rfloor + 1} - t_{\lfloor \tau \rfloor})(\tau - \lfloor \tau \rfloor). \quad (2.20)$$

2.3.2 Implementation für konstante fraktale Dimension

Der Algorithmus der fraktalen Rekonstruktion wurde so modifiziert, daß durch Vorgabe eines Zeitpunktes t_{soll} eine möglichst gute Näherung für $u(t_{soll})$ gefunden wird, welche identisch mit dem durch den ursprünglichen Algorithmus berechneten Wert ist.

Hierzu wird zunächst untersucht, durch welche Reihe der im ursprünglichen Algorithmus stochastischen $n^{(i)}$ der vorgegebene Zeitwert bei fester Zahl der Iterationen (fraktale Tiefe) möglichst gut angenähert wird.

Die so berechnete Reihenfolge der $n^{(i)}$ wird für die Auswahl der fraktalen Abbildung benutzt und das berechnete Paar $\begin{pmatrix} t \\ u \end{pmatrix}$ zur weiteren Bearbeitung als rekonstruierter Wert verwendet.

Der neue Algorithmus besteht aus folgenden Schritten

Initialisierung/Zeittransformation

Es sei t_{soll} der Zeitpunkt, zu dem die momentane Geschwindigkeit berechnet werden soll. Weiterhin liege t_{soll} zwischen den Ankunftszeiten der Teilchen j und $j+1$ so, daß $t_j \leq t < t_{j+1}$. Es seien N Teilchen registriert worden mit $t_0 = 0$. Im transformierten Zeitbereich gilt dann

$$\tau_{soll} = j + \frac{t_{soll} - t_j}{t_{j+1} - t_j} \quad (2.21)$$

$$\tau^{(0)} = \tau_0 = 0 \quad (2.22)$$

$$h^{(0)} = h_0 = u_0 \quad (2.23)$$

Auswahl $n^{(i)}$

Die Reihe der $n^{(i)}$ wird durch Anwendung folgender Abbildung bis zur fraktalen Tiefe berechnet.

$$n^{(i+1)} = \lfloor \tau^{(i)} \rfloor \quad (2.24)$$

$$\tau^{(i+1)} = N(\tau^{(i)} - n^{(i+1)}) \quad (2.25)$$

Iteration

Die Iteration ist identisch mit der ursprünglichen Methode. Es gilt

$$\begin{pmatrix} \tau^{(i+1)} \\ h^{(i+1)} \end{pmatrix} = W_n \begin{pmatrix} \tau^{(i)} \\ h^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau^{(i)} \\ h^{(i)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

mit

$$a_n = \frac{1}{N} \quad (2.27)$$

$$e_n = n \quad (2.28)$$

$$c_n = \frac{u_{n+1} - u_n - d_n(u_N - u_0)}{N} \quad (2.29)$$

$$f_n = u_n - d_n u_0 \quad (2.30)$$

d_n ist fest und wird vorgegeben.

Rücktransformation

Die Inverse zur Zeitdehnungstransformation ergibt

$$u(t(\tau)) = h(\tau) \quad (2.31)$$

$$t(\tau) = t_{[\tau]} + (t_{[\tau]+1} - t_{[\tau]})(\tau - [\tau]) \quad (2.32)$$

2.3.3 Implementation für das Zielsystem

Der Algorithmus für das Zielsystem wurde in gleicher Weise wie der für die konstante Dimension modifiziert. Zusätzlich wurde die Indizierung der Variablen verändert. Es werden $(2N - 1)$ Abtastpaare eingelesen. Die Initialisierung und die Rücktransformation sind nun identisch mit dem Algorithmus für konstante fraktale Dimension.

Auswahl $n^{(i)}$

Die Reihe der $n^{(i)}$ wird durch Anwendung folgender Abbildung bis zur fraktalen Tiefe berechnet.

$$n^{(i+1)} = \left\lfloor \frac{\tau^{(i)}}{2} \right\rfloor \quad (2.33)$$

$$\tau^{(i+1)} = N(\tau^{(i)} - 2n^{(i+1)}) \quad (2.34)$$

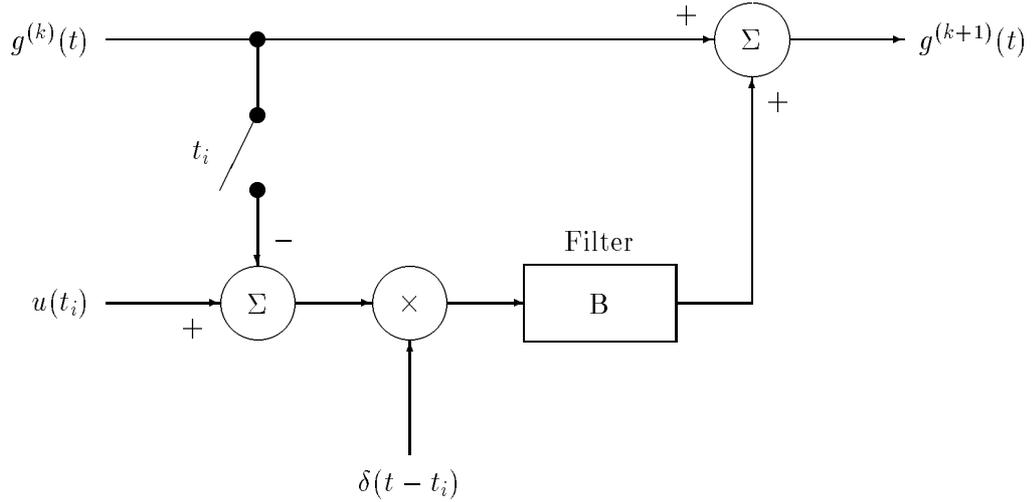


Abbildung 2: Analoges Modell der Projektion auf konvexe Mengen

Iteration

Die Iteration ist mit dem ursprünglichen Algorithmus identisch, die Parameter sind durch die unterschiedliche Indizierung verändert.

$$\begin{pmatrix} \tau^{(i+1)} \\ h^{(i+1)} \end{pmatrix} = W_n \begin{pmatrix} \tau^{(i)} \\ h^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau^{(i)} \\ h^{(i)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

mit

$$a_n = \frac{1}{N} \quad (2.36)$$

$$e_n = 2n \quad (2.37)$$

$$c_n = \frac{u_{2n+2} - u_{2n} - d_n(u_{2N} - u_0)}{2N} \quad (2.38)$$

$$d_n = \frac{2u_{2n+1} - u_{2n+2} - u_{2n}}{2u_N - u_{2N} - u_0} \quad (2.39)$$

$$f_n = u_{2n} - d_n u_0 \quad (2.40)$$

2.4 Projektion auf konvexe Mengen

2.4.1 Mathematischer Hintergrund

Die Projektion auf konvexe Mengen wurde für viele Anwendungen implementiert und erfolgreich eingesetzt [11, 20, 30].

Der theoretische Hintergrund der Projektion auf konvexe Mengen ist die Abbildung einer Funktionenmenge eines Hilbert-Raumes auf eine Untermenge im Sinne einer Optimierung.

Hierbei hat die Anwendung der Projektion auf konvexe Mengen zur Rekonstruktion eines nicht äquidistant abgetasteten Signals das Ziel, eine Funktion $u_r(t)$ so zu finden, daß $u_r(t)$ von vorgegebbarer

Bandbreite B ist und $u_r(t)$ für alle Abtastzeitpunkte t_i der abgetasteten Geschwindigkeits-Zeit-Funktion $u(t_i)$ mit dieser übereinstimmt.

Hierzu werden aus den N gemessenen Werten des LDA-Datensatzes ein System von N lineare Gleichungen gebildet. Jede Gleichung des Gleichungssystems bildet eine konvexe Untermenge des Hilbert-Raumes C_i . Die zu den konvexen Mengen C_i gehörenden Projektionsoperatoren sind P_i , welche den Hilbert-Raum auf die konvexen Mengen C_i projizieren.

Es sei nun $g(t)$ die Hilfsfunktion, zu der über

$$u_r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} 2Bg(\tau)si(2\pi B(t - \tau))d\tau \quad (2.41)$$

die rekonstruierte Geschwindigkeits-Zeit-Funktion $u_r(t)$ mit den o.g. Eigenschaften gehört, welche das Resultat einer Tiefpaßfilterung der Hilfsfunktion $g(t)$ mit einer Rechteck-Filterfunktion und der Bandbreite B ist.

Erfüllt $u_r(t)$ die o.g. Bedingungen, so ist $g(t)$ Element der Vereinigung aller konvexer Mengen C_i .

$$g(t) \in C = \bigcap_{i=1}^N C_i \quad (2.42)$$

Durch die Projektion des Hilbertraumes auf Untermengen durch die Projektionsoperatoren P_i wird eine Schätzung der Hilfsfunktion $g^{(k)}(t)$ auf die nächste Realisierung der Schätzung $g^{(k+1)}(t)$ im Sinne einer Optimierung zu den o.g. Bedingungen abgebildet, so daß

$$g^{(k+1)} = P_N P_{N-1} \cdots P_1 g^{(k)} = P g^{(k)} \quad (2.43)$$

oder allgemeiner

$$g^{(k+1)} = T_N T_{N-1} \cdots T_1 g^{(k)} = T g^{(k)} \quad (2.44)$$

mit

$$T_i = E + \lambda_i(P_i - E) \quad 0 < \lambda_i < 2 \quad (2.45)$$

wobei die λ_i Faktoren sind, die den Grad der Veränderung bestimmen.

Die Projektionsoperatoren T_i werden so gewählt, daß die Abweichung der rekonstruierten Geschwindigkeits-Zeit-Funktion $u_r(t)$ von den originalen Werten des LDA-Datensatzes $u(t_i)$ zu den Abtastzeitpunkten t_i möglichst klein wird.

In der Bildung der Projektionsoperatoren, der Anwendung dieser und der Abbildung der Hilfsfunktion unterscheiden sich die folgenden Verfahren.

2.4.2 Iteratives Verfahren

Beim iterativen Verfahren [11] werden aus den N linearen Gleichungen N konvexe Mengen C_i und N Projektionen T_i gebildet.

Gehört nun über

$$u_r^{(k)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} 2Bg^{(k)}(\tau)si(2\pi B(t - \tau))d\tau \quad (2.46)$$

zu der k -ten Realisierung der Hilfsfunktion $g^{(k)}(t)$ die k -te Realisierung der durch B bandbegrenzten rekonstruierten Funktion $u_r^{(k)}(t)$, so ist die Projektion $T_i^{(k)}$ durch

$$g^{(k+1)}(t) = T_i^{(k)} g^{(k)}(t) = g^{(k)}(t) + \lambda_i \frac{u_r(t_i) - u_r^{(k)}(t_i) \vec{h}(t_i)}{\|\vec{h}(t_i)\|^2} \quad (2.47)$$

gegeben. Hierbei ist $\vec{h}(t_i)$ der Vektor der $g(t)$ in $u_r(t_i)$ überführt, so daß $u_r(t_i) = \vec{h}(t_i)g(t)$, die Startfunktion $g^{(0)}$ ist beliebig, wobei die Sample-and-Hold-Interpolation bevorzugt eingesetzt wird. Die iterative Methode zeichnet sich nun durch die wiederholte Nacheinanderausführung der so definierte Projektionen aus. Dadurch konvergiert das Verfahren sehr langsam, denn mit jeder Projektion T_i , die den Fehler der Rekonstruktion bei t_i minimiert, ändern sich alle anderen Projektionen. Dadurch kann es zu Schwingungen der rekonstruierten Funktion innerhalb eines Durchgangs aller Projektionen T_i mit $i = 1, 2, \dots, N$ kommen. Jedoch neigt das Ergebnis der Rekonstruktion bei Überbestimmtheit des Gleichungssystems (z.B. durch sehr dicht nebeneinander liegende Abtastpunkte) nicht zum Überschwingen.

2.4.3 One-Step-Verfahren

Das One-Step-Verfahren [30] bildet aus den konvexen Mengen C_i des Hilbert-Raumes eine konvexe Menge C , welche die Vereinigung der N Mengen C_i ist mit

$$C = \bigcap_{i=1}^N C_i \quad (2.48)$$

Jedes Element $g(t)$ der Menge C ist dann Lösung des o.g. Problems. Durch Projektion des Hilbert-Raumes auf diese Menge ergibt sich ein Projektionsoperator

$$g^{(k+1)}(t) = T^{(k)} g^{(k)}(t) = g^{(k)}(t) + \lambda \vec{s}(t)^T H^{-1} (\vec{u} - \vec{u}_r) \quad (2.49)$$

mit

$$\vec{s}(t)^T = (2Bsi(2\pi B(t - t_1)) \quad 2Bsi(2\pi B(t - t_2)) \quad \cdots \quad 2Bsi(2\pi B(t - t_N))). \quad (2.50)$$

H ist diejenige Matrix welche $g(t)$ in $u_r(t)$ überführt mit

$$u_r(t) = H g(t) \quad (2.51)$$

Da dieses Verfahren alle Abtastpunkte gleichzeitig korrigiert, neigt es bei Überbestimmtheit, z.B. durch dicht benachbarte Abtastpunkte, zum Überschwingen. Hier sollte eine zusätzliche Projektion, die eine Begrenzung der Amplituden von $g(t)$ bewirkt, eingeführt werden, wobei

$$P_{\text{grenz}} g(t) = \begin{cases} g_{max} & \text{falls } g(t) \geq g_{max} \\ g(t) & \text{falls } g_{min} < g(t) < g_{max} \\ g_{min} & \text{falls } g(t) \leq g_{min} \end{cases} . \quad (2.52)$$

2.4.4 Implementation

Das Verfahren der Projektion auf konvexe Mengen zur Lösung des o.g. Problems setzt für eine rechentechnische Umsetzung die Beschreibung der Hilfsfunktion $g(t)$ voraus. In der vorliegenden Arbeit wird $g(t)$ durch eine äquidistante Abtastung numerisch beschrieben. Das Abtastintervall T_0 ist so gewählt, daß die Abtastfrequenz genau doppelt so groß ist, wie die vorgegebene Bandbreite B des Ausgangsfilters. Dadurch ist nach Anwendung des Shannon-Theorems die durch B bandbegrenzte Funktion $g(t)$ vollständig rekonstruierbar.

Als Lösungsalgorithmus wurde die iterative Methode gewählt, so daß für die Projektionen gilt

$$g^{(k+1)}(t) = T_i^{(k)} g^{(k)}(t) = g^{(k)}(t) + \lambda_i (u(t_i) - u_r(t_i)) \vec{h}(t_i) \quad (2.53)$$

mit

$$\vec{h}(t_i) = (2Bsi(2\pi B(\tau_1 - t_i)) \quad 2Bsi(2\pi B(\tau_2 - t_i)) \quad \cdots \quad 2Bsi(2\pi B(\tau_M - t_i)))^T \quad (2.54)$$

wobei M die Anzahl der äquidistanten Abtastpunkte $\tau_j = jT_0$ ist. Der verwendete Projektionsalgorithmus enthält nicht die L_2 -Norm, wie sie in der Beschreibung der iterativen Methode verwendet wurde, da die Abtastzeitpunkte von $g(t)$ nicht mit denen des LDA-Datensatzes $u(t_i)$ übereinstimmen und dies zu einem starken Überschwingen des Algorithmus führt. Die Konvergenz des Algorithmus ist durch die Wahl der λ_i zu gewährleisten. In der vorliegenden Arbeit wurden die $\lambda_i = 0,5$ gewählt. Als Startfunktion $g^{(0)}$ wurde hier die tiefpaßgefilterte lineare Interpolation gewählt, so daß

$$g^{(0)} = \int_{-\infty}^{\infty} 2B g_{lin}(\tau) si(2\pi B(t - \tau)) d\tau \quad (2.55)$$

mit der linearen Interpolation $g_{lin}(\tau)$.

3 Untersuchung der Rekonstruktionsmethoden

3.1 Algorithmen der Simulation

Die Simulation des LDA-Meßprozesses erfolgt durch drei Verarbeitungsschritte.

Zunächst wird durch einen autoregressiven Abtastprozeß 1. Ordnung für eindimensionale Simulationen bzw. durch gekoppelte autoregressive Abtastprozesse 1. Ordnung für dreidimensionale Simulationen ein Geschwindigkeits-Zeit-Verlauf der Strömung (Grundserie) erzeugt. Hierbei wird das Modell einer gaußverteilten Momentangeschwindigkeit um einen mittleren Strömungsvektor verwendet. Durch Vorgabe des Reynolds'schen Spannungstensors und der zeitlichen Abhängigkeit in Form des integralen Zeitmaßes werden die statistischen Eigenschaften der simulierten Strömung gegeben.

Aus dieser wird durch Vorgabe der statistischen Parameter der Teilchenverteilung im Raum und der Annahme, daß alle Teilchen das gleiche wirksame Meßvolumen haben, eine Zeitreihe (Teilchenserie) erzeugt, welche die Ankunftszeit und den Bahnverlauf aller Teilchen, die das wirksame Meßvolumen kreuzen, enthält. Hierbei wird von einer gleichförmig-geradlinigen Bewegung während des Durchquerens des Meßvolumens ausgegangen. Die momentane Strömungsgeschwindigkeit wird aus dem Abtastprozeß der Grundserie durch Sample-and-Hold-Interpolation bestimmt. Ein Beispiel hierfür ist in Abbildung 3 dargestellt.

Die statistische Verteilung der Teilchen im Raum wird durch Vorgabe der mittleren Teilchenrate (Meßvolumenrate) und die durch Integration über die Geschwindigkeitsverteilung ermittelte

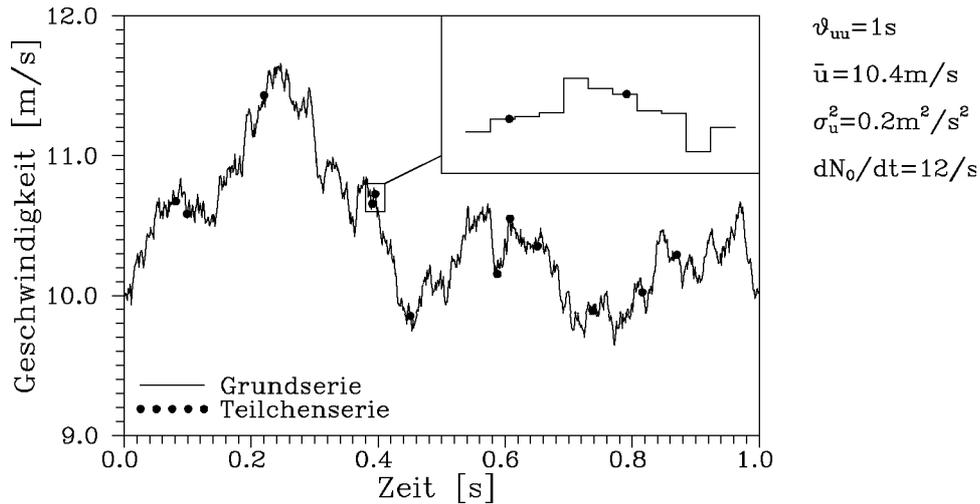


Abbildung 3: Beispiel für die Simulation der Strömungsgeschwindigkeit und der Teilchenbesähung

Teilchendichte bestimmt. Die Teilchengrößenstatistik und die veränderliche Größe des wirksamen Meßvolumens werden nicht berücksichtigt.

Die Teilchendurchtritte durch das Meßvolumen erzeugen ein auswertbares Signal. Dieses wird durch das Meßgerät bewertet. Das Meßgerät realisiert folgende Verarbeitungsschritte:

- Triggerung
- Validierung
- Geschwindigkeitsbestimmung
- Übertragung und Speicherung

Da bei der Simulation von einem konstanten wirksamen Meßvolumen ausgegangen wird, ist die Triggerung hier unwirksam, da alle Teilchen, die das simulierte Meßvolumen passieren zu einer Verarbeitung führen. Das Ergebnis der Simulation des Meßgerätes (Prozessorserie) enthält das LDA-Meßwertensemble, wie es durch den Meßprozeß erzeugt wird. Dieser Datensatz ist nun kompatibel zu realen Meßdaten und Ausgangspunkt für Analyseverfahren.

Abbildung 4 gibt eine Übersicht über die Schritte der Simulation. Eine detaillierte Beschreibung der Algorithmen ist in [16] enthalten.

3.2 Algorithmen der statistischen Kenngrößenbestimmung

Für die Bestimmung der statistischen Kenngrößen des rekonstruierten Datensatzes können klassische Methoden der Informationsgewinnung eingesetzt werden. In der vorliegenden Arbeit wurde der kontinuierlich vorliegende Geschwindigkeits-Zeit-Verlauf $u(t)$ äquidistant reabgetastet und auf diesen äquidistant abgetasteten Datensatz $u_i = u(t_i)$ die folgenden Schätzungen der statistischen Kenngrößen angewendet.

- Mittelwert

$$\bar{u} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i \quad (3.1)$$

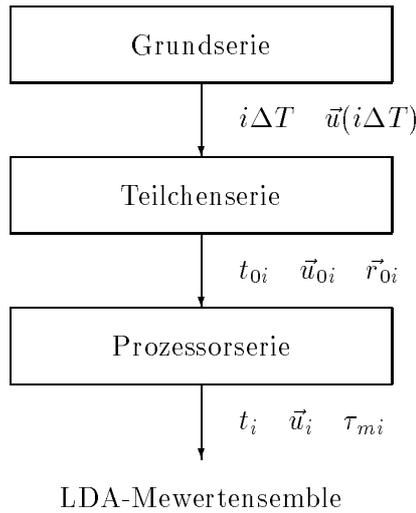


Abbildung 4: Verarbeitungsschritte der Simulation

- Varianz

$$\sigma_u^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^2 \quad (3.2)$$

- Korrelation

$$R_{uu}(k\Delta\tau) = \frac{1}{N-2k} \sum_{i=1+k}^{N-k} u_i u_{i+k} \quad (3.3)$$

- Leistungsdichtespektrum

$$S_{uu}(f) = \frac{T}{N^2} \left| \sum_{i=1}^N u_i d_i e^{-2\pi j f t_i} \right|^2 \quad (3.4)$$

Als Referenz für die Bewertung der Rekonstruktion wird neben der Analyse der zugrundegelegten, äquidistant abgetasteten Geschwindigkeits-Grundserie das Ergebnis der direkten Schätzalgorithmen mit Wichtung herangezogen. Nähere Angaben zu der direkten Meßwertverarbeitung mit Wichtung sind in [17] enthalten.

3.3 Kriterien zur Bewertung der Rekonstruktion

Die im Abschnitt 2 erläuterten Algorithmen zur Rekonstruktion des kontinuierlichen Geschwindigkeits-Zeit-Verlaufs werden auf simulierte LDA-Datensätze mit unterschiedlichen simulierten Prozeß- und Meßbedingungen angewendet. Die kontinuierliche Funktion wird dann äquidistant abgetastet. Aus diesem Datensatz werden dann die statistischen Kenngrößen

- Mittelwert
- Varianz

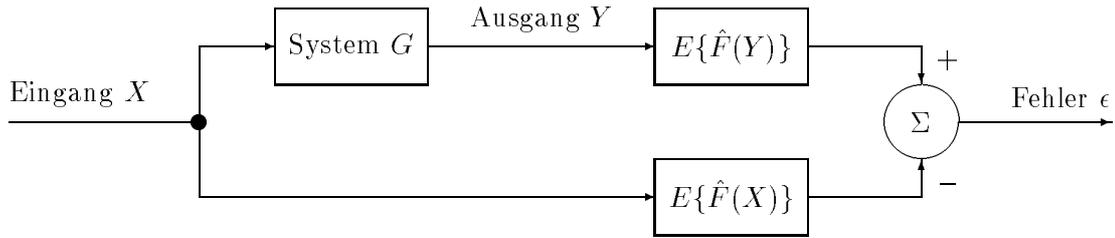


Abbildung 5: Analoges Modell der Fehlerabschätzung bei ungestörten Systemen

- Autokorrelation
- Leistungsdichtespektrum

der Strömungsgeschwindigkeit bestimmt.

Zur Einschätzung der Qualität der Schätzung werden zunächst die signifikanten Fehler definiert. Für den Mittelwert und die Varianz sind dies der Mittelwertbias

$$\beta_1 = \frac{\hat{\bar{u}} - \bar{u}}{\bar{u}} \quad (3.5)$$

und der Varianzbias

$$\beta_2 = \frac{\hat{\sigma}_u^2 - \sigma_u^2}{\sigma_u^2} \quad (3.6)$$

(vgl. [6, 7])

Die Einschätzung der Fehler der Korrelations- und der Leistungsdichtefunktion können auf diese Weise nicht definiert werden. Eine (nicht sinnvolle) Definition des Leistungsdichtefehlers der Art

$$\beta_{\hat{S}}(f) = \frac{\hat{S}_{uu}(f) - S_{uu}(f)}{S_{uu}(f)} \quad (3.7)$$

liefert Ergebnisse, die keine Aussage über die Schätzqualität liefern, da sie multiplikative und additive Fehler nicht unterscheidet.

Die o.g. Definition ist nur sinnvoll für Systeme, die keine Störung erfahren (Abbildung 5). Hierbei wird das Eingangssignal vom System (hier die Abtastung und anschließende Rekonstruktion) bewertet. Die statistischen Kenngröße F wird von beiden Signalen geschätzt und die Differenz entspricht dem Fehler durch die Bewertung durch das System.

Für gestörte Systeme entspricht der so definierte Fehler nicht der Bewertung durch das System G , da sich die Störung Z ebenfalls auf ϵ auswirkt. Ein extremes Beispiel hierfür ist die vollkommene Trennung des Ein- und Ausgangs von G . Hierdurch sind X und Y unkorreliert. Die Störung Z ist zwar unabhängig von X , dennoch kann Z die gleichen statistischen Eigenschaften wie X haben. In diesem Fall wird $\epsilon \equiv 0$ und das System wird als Identität eingeschätzt. Diese ist jedoch signalgebunden, so daß durch Anlegen dieses einen Eingangssignals keine Aussage über die Qualität des Systems G gemacht werden kann. Erst durch Anlegen unterschiedlicher Eingangssignale werden die unterschiedlichen Fehlerqualitäten (additive und multiplikative Fehler) deutlich.

Daher werden neben den simulierten LDA-Daten aus simulierten Strömungen auch solche aus weißem Rauschen betrachtet.

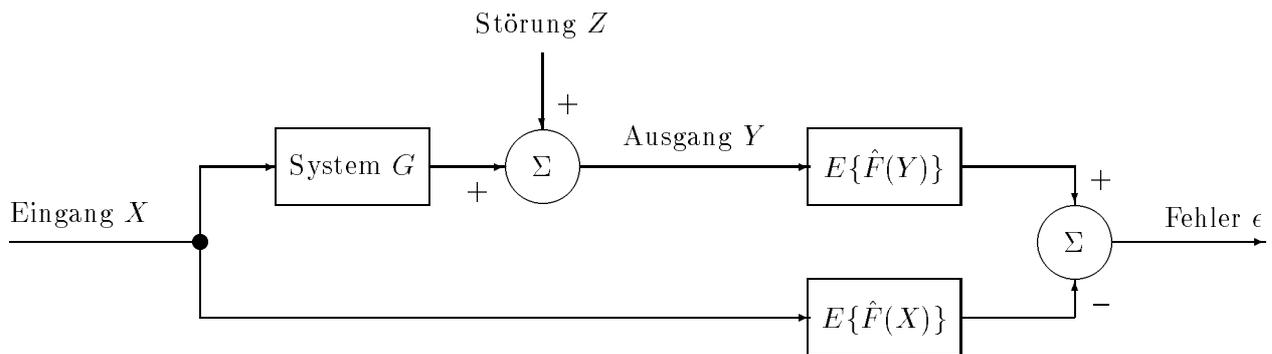


Abbildung 6: Analoges Modell der Fehlerabschätzung bei gestörten Systemen

3.4 Vorgehen bei der Untersuchung der Rekonstruktionsmethoden

Die Schätzqualität der statistischen Kenngrößen

- Mittelwert
- Varianz
- Autokorrelation
- Leistungsdichtespektrum

mittels der klassischen Schätzmethoden wird in Abhängigkeit

- von der verwendeten Rekonstruktionsmethode
- vom Turbulenzgrad
- von der Teichenrate

untersucht.

Hierzu werden zunächst die o.g. statistischen Kenngrößen der Geschwindigkeits-Zeit-Grundserie, welche äquidistant abgetastet ist, und daher direkt verarbeitet werden kann, bestimmt. Diese stellen dann die bestmögliche Realisierung der Schätzung einer auf Grundlage dieser Grundserie simulierten stochastischen Abtastung durch ein LDA dar und werden als Referenz für diese herangezogen. Auf Grundlage der äquidistant abgetasteten Geschwindigkeits-Grundserie wird durch die Simulation der Teilchenbesähung und des Prozessors ein LDA-Datensatz erzeugt, welcher Ausgangspunkt für die Rekonstruktion und die Bestimmung der o.g. statistischen Kenngrößen ist. Diese Realisierungen werden mit der durch die Grundserie gebildeten Referenz verglichen.

Hierbei können die Art des Eingangssignals und der Turbulenzgrad der simulierten Strömung als Parameter der Strömungssimulation vorgegeben werden. Die Teilchenrate ist ein bei der Simulation der Teilchenserie einzustellender Parameter. Die Rekonstruktionsmethode, welche auf einen solchen LDA-Datensatz anzuwenden ist, wird direkt vorgegeben, mit den für diese Rekonstruktion nötigen Einstellungen.

Die Parameter der Bestimmung der statistischen Kenngrößen sind in dieser Arbeit nicht Gegenstand der Untersuchung und werden so vorgegeben, daß signifikante Unterschiede der Rekonstruktionsverfahren deutlich werden. Die so getroffenen Aussagen werden anhand der Messung verifiziert. Hierzu wird ein der Geschwindigkeits-Grundserie bei der Simulation ähnliches Referenzsignal mit Hilfe eines Hitzdraht-Anemometers aufgenommen. Dieses liegt äquidistant vor und kann direkt

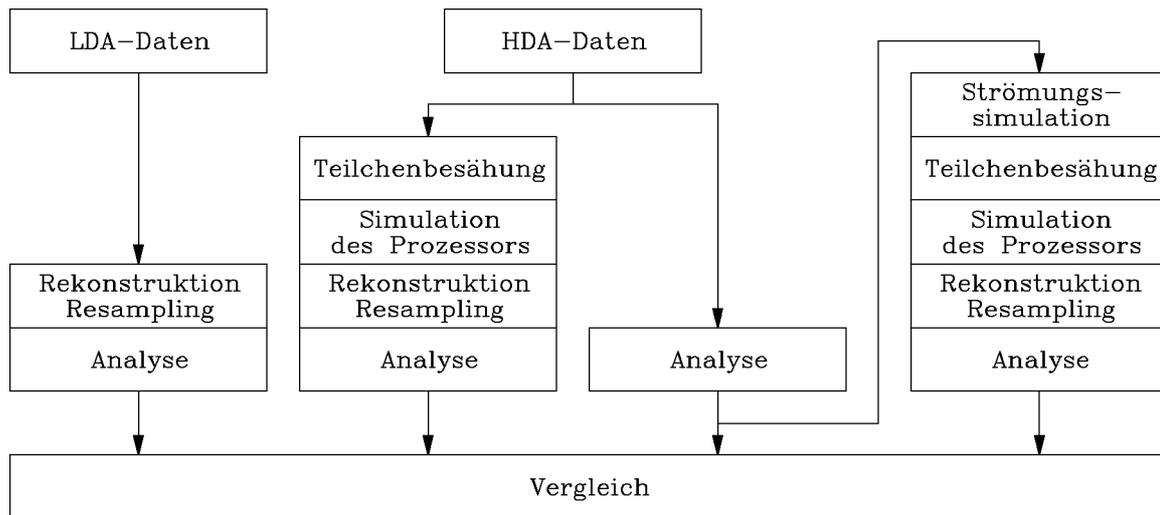


Abbildung 7: Verarbeitung der Meßdaten

durch die Schätzmethode der statistischen Kenngrößen verarbeitet werden. Ein parallel arbeitendes LDA nimmt Daten in stochastisch abgetasteter Form auf.

Die Auswertung umfaßt folgende Schritte:

- Auswertung der LDA-Daten
- Anwendung der Simulation der Teilchenbesähung auf den HDA-Datensatz (Verwendung des HDA-Datensatzes als Grundserie für die Simulation) mit unterschiedlichen simulierten Teilchenraten
- Übertragung der statistischen Parameter des HDA-Signals auf die Simulation der Geschwindigkeits-Grundserie und der Teilchenserie mit unterschiedlichen Teilchenraten

In Abbildung 7 ist eine Übersicht über die Schritte der experimentellen Verifikation dargestellt. Die durch Teilchensimulation oder LDA-Messung bereitstehenden LDA-Datensätze werden in gleicher Weise verarbeitet wie bei der Simulation des Gesamtprozesses. Die Ergebnisse werden wiederum mit den statistischen Größen des Referenzsignals verglichen.

Weiterhin werden die Aussagen über den Einfluß der verschiedenen Rekonstruktionsmethoden unter den verschiedenen Prozeß- und Meßbedingungen auf die Schätzungen überprüft.

3.5 Meßaufbau zur experimentellen Verifikation

Zur experimentellen Verifikation wird in einem Strömungskanal hinter einem Hindernis der zeitliche Geschwindigkeitsverlauf gemessen. Der zu untersuchende Datensatz wird mit einem Laser-Doppler-Anemometer aufgenommen. Als Referenz wird parallel hierzu ein Hitzdraht-Anemometer eingesetzt. Abbildung 8 zeigt den prinzipiellen Meßaufbau.

Die Randbedingungen der Strömung werden durch Wahl des Meßortes sowie durch unterschiedlich starke Anströmgeschwindigkeit eingestellt. Durch unterschiedlich starke Streuteilchenzufuhr läßt sich die Datenspeicherrate \dot{N}_3 beeinflussen.

Um eine möglichst lange Stationarität des Meßsignals zu gewährleisten, wurde während der HDA-Messung die Streuteilchenzufuhr unterbrochen, um Verschmutzungen des Hitzdrahtes zu vermeiden.

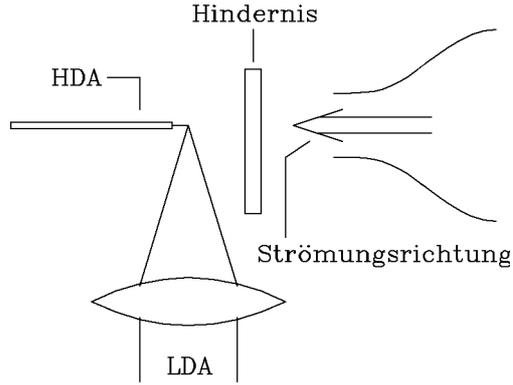


Abbildung 8: Meßanordnung zur experimentellen Verifikation

Während der LDA-Messung wurde dann die Hitzdraht-Sonde aus der Strömung herausgeschwenkt. Die Messungen mit den beiden Systemen mußten somit nacheinander erfolgen, was hohe Anforderungen an die Stationarität der Strömung stellt.

Bei Veränderung des Meßortes wurde dann neben der Neujustage auch eine Neukalibrierung des HDA durchgeführt.

Die aufgenommenen Meßdaten wurden dann, wie unter 3.4 erläutert, verarbeitet.

3.6 Testsignale

Zum Test der Rekonstruktionsverfahren wurden zwei Testsignale generiert. Das erste Testsignal wurde in Anlehnung an [30] als

$$y_1(t) \stackrel{def}{=} e^{\frac{t-15s}{12s}} \cos \frac{\pi t}{1s} \quad (3.8)$$

definiert.

Das zweite Testsignal stellt eine der LDA-Simulation entnommene simulierte, normierte Strömung dar. Die eingestellten Parameter sind

$$\bar{u} = 0 \quad (3.9)$$

$$\sigma_u^2 = 1 \quad (3.10)$$

$$\vartheta_u = 1s \quad (3.11)$$

$$T_0 = 0.01s. \quad (3.12)$$

Die Testsignale wurden stochastisch, exponentialverteilt mit einem mittleren Abtastintervall von 1s abgetastet und mit Hilfe verschiedener Methoden rekonstruiert.

3.7 Parametervariation bei der Rechnersimulation

Es wurden eindimensionale LDA-Simulationen mit Hilfe des im Abschnitt 3.1 beschriebenen Simulationsalgorithmus durchgeführt. Es wurden Geschwindigkeits-Grundserien der Turbulenzgrade

- $TU = 10\%$

- $TU = 30\%$
- $TU = 100\%$

generiert. Des Weiteren wurden für einen Turbulenzgrad $TU = 10\%$ eine dreidimensionale LDA-Simulation sowie die Simulation von weißem Rauschen durchgeführt. Dabei gelten für die Generierung der Grundserien folgende Einstellungen:

Grundserie Turbulenzgrad	1D 10%	1D 30%	1D 100%	3D 10%	weißes Rauschen 10%
Mittelwert	$10ms^{-1}$	$10ms^{-1}$	$10ms^{-1}$	$10ms^{-1}$	$10ms^{-1}$
Varianz	$1m^2s^{-2}$	$9m^2s^{-2}$	$100m^2s^{-2}$	$1m^2s^{-2}$	$1m^2s^{-2}$
integrales Zeitmaß	0.1s	0.1s	0.1s	0.1s	–
Abtastfrequenz	100Hz	100Hz	100Hz	100Hz	100Hz

Die so generierten Geschwindigkeits-Grundserien sind Ausgangspunkt für die Simulation der Teilchenbesähung mit den mittleren Meßvolumenraten

- $\dot{N}_0 = 100Hz$
- $\dot{N}_0 = 10Hz$
- $\dot{N}_0 = 1Hz$

Dabei gelten für die Generierung der Teilchenserien folgende Einstellungen:

Meßvolumenvollachse x-Richtung (Meßrichtung)	$20\mu m$
Meßvolumenvollachse y-Richtung	$20\mu m$
Meßvolumenvollachse z-Richtung (optische Achse)	$20\mu m$

Die Prozessorparameter wurden so eingestellt, daß jedes simulierte Teilchen, welches das LDA-Meßvolumen passiert, detektiert wird und zu einem Wert im Speicher führt. Die Frequenzshift wurde so gewählt, daß keine negativen Vorzeichen der Summe aus Doppler- und Shiftfrequenz auftreten.

Von jeder Grundserie wurden die statistischen Kenngrößen

- Mittelwert
- Varianz
- Autokorrelation
- Leistungsdichtespektrum

bestimmt.

Für die Korrelationsanalyse gelten folgende Einstellungen:

Klassenzahl	51
Korrelationsintervall	$\pm 1s$

Für die Leistungsdichteschätzung gelten folgende Einstellungen:

Frequenzanzahl	50 (logarithmisch unterteilt)
minimale Frequenz	$0.1Hz$
maximale Frequenz	$50Hz$
Fensterfunktion	Rechteck

Die zeitliche Unterteilung des Datensatzes erfolgt durch Einzelblöcke der Meßzeit T . Von diesen werden jeweils die o.g. statistischen Kenngrößen ermittelt. M dieser statistischen Schätzungen aus den Einzelblöcken werden dann zur Verringerung der Varianz der Schätzung zu einem Bild gemittelt.

Für die zeitliche Unterteilung der Datensätze gelten folgende Einstellungen:

Blocklänge	10s
Blöcke je Datensatz	100

Die so ermittelten statistischen Kenngrößen der Geschwindigkeits-Grundserien werden dann als Referenz für die weiteren Untersuchungen verwendet.

Die simulierten Prozessorserien sind Ausgangspunkt für die Rekonstruktionsverfahren

- Sample-and-Hold-Rekonstruktion
- lineare Rekonstruktion
- Zeitdehnungstransformation
- fraktale Rekonstruktion (Zielsystem)
- fraktale Rekonstruktion (konstante fraktale Dimension)
- Projektion auf konvexe Mengen

sowie, zum Vergleich, für die direkte Meßwertverarbeitung mit Aufenthaltszeitwichtung.

Für die Rekonstruktionsverfahren gelten folgende Einstellungen:

Resamplingfrequenz	100Hz
fraktale Tiefe (nur frakt. Rek.)	10
Anzahl der Iterationen (nur POCS)	5N

Dabei wird die Rekonstruktion blockweise durchgeführt über jeweils 50 Werte des LDA-Datensatzes, wobei über die mittleren 30 Werte rekonstruiert wird. Dann wird der LDA-Datensatz um diese 30 Werte verschoben.

Die Einstellungen bei der Bestimmung der statistischen Kenngrößen sind mit denen bei der Analyse der Grundserie identisch.

Eine Übersicht zu allen zusätzlich zu den hier genannten allgemeinen Einstellungen nötigen Parameter für die Simulation und die Meßwertverarbeitung sind den Diagrammen im Anhang A.2 vorangestellt.

3.8 Parametervariation bei der experimentellen Verifikation

Es wurde an drei Orten hinter dem Hindernis (Abbildung 8) gemessen und dort jeweils ein LDA- und ein HDA-Datensatz aufgenommen.

Die Analyse der HDA-Datenätze ergab die in Tabelle 1 dargestellten statistischen Größen.

Die fraktale Dimension D_0 wurde dabei nach dem in [25] beschriebenen Verfahren des „Boxcounting“ bestimmt.

Der HDA-Datensatz ist Ausgangspunkt für eine Reihe von Simulations- und Datenverarbeitungsschritten (vgl. Abschnitt 3.4) zur Bereitstellung verschiedener simulierter bzw. gemessener LDA-Datensätze zur Bestimmung ihrer statistischen Kenngrößen. Die verschiedenen Signalflüsse aus Abbildung 7 werden im folgenden näher erläutert.

	ϑ_u [s] (HDA)	\bar{u} [$\frac{m}{s}$] (HDA)	σ_u^2 [$\frac{m^2}{s^2}$] (HDA)	\dot{N}_3 [Hz] (LDA)	D_0 (HDA)	T [s] (HDA)	T [s] (LDA)
Meßpunkt 1	0.003	8.156	0.141	212	1.66989	200	300
Meßpunkt 2	0.0025	6.254	2.966	197	1.81559	200	320
Meßpunkt 3	0.0008	5.414	6.224	95	1.80401	200	670

Tabelle 1: Statistische Größen der aufgenommenen Datensätze

Wird die gesamte Simulation von der Grundserie bis zum Prozessor durchgeführt, so werden die statistischen Kenngrößen des HDA-Datensatzes aus Tabelle 1 für die Wahl der Parameter der Simulation der Geschwindigkeits-Grundserie verwendet.

Die Simulation erfolgt mit folgenden Einstellungen:

Meßpunkt	1	2	3
Mittelwert	$8.156ms^{-1}$	$6.254ms^{-1}$	$5.414ms^{-1}$
Varianz	$0.141m^2s^{-2}$	$2.996m^2s^{-2}$	$6.224m^2s^{-2}$
integrales Zeitmaß	$0.003s$	$0.0025s$	$0.0008s$
Abtastfrequenz	$10000Hz$	$10000Hz$	$10000Hz$

Alternativ zu dieser simulierten Grundserie kann der HDA-Datensatz direkt eingelesen werden. Auf der Grundlage dieser Grundserie wird die Teilchenserie generiert mit den Meßvolumenraten

Meßpunkt 1	Meßpunkt 2	Meßpunkt 3
$10000Hz$	$10000Hz$	$10000Hz$
$2000Hz$	$2000Hz$	$1000Hz$
$200Hz$	$200Hz$	$100Hz$

Dabei gelten für die Generierung der Teilchenserie folgende Einstellungen:

Meßvolumenvollachse x-Richtung (Meßrichtung)	$20\mu m$
Meßvolumenvollachse y-Richtung	$20\mu m$
Meßvolumenvollachse z-Richtung (optische Achse)	$20\mu m$

Die Prozessorparameter wurden so eingestellt, daß jedes simulierte Teilchen, welches das LDA-Meßvolumen passiert, detektiert wird und zu einem Wert im Speicher führt. Die Frequenzshift wurde so gewählt, daß keine negativen Vorzeichen der Summe aus Doppler- und Shiftfrequenz auftreten.

Alternativ zu den simulierten LDA-Daten kann die aufgenommene LDA-Meßreihe eingelesen werden.

Von jeder Grundserie wurden die statistischen Kenngrößen

- Mittelwert
- Varianz
- Autokorrelation
- Leistungsdichtespektrum

bestimmt.

Für die Korrelationsanalyse gelten folgende Einstellungen:

Klassenzahl	51
Korrelationsintervall	$\pm 0.01s$

Für die Leistungsdichteschätzung gelten folgende Einstellungen:

Frequenzanzahl	50 (logarithmisch unterteilt)
minimale Frequenz	$10Hz$
maximale Frequenz	$5000Hz$
Fensterfunktion	Rechteck

Die zeitliche Unterteilung des Datensatzes erfolgt durch Einzelblöcke der Meßzeit T . Von diesen werden jeweils die o.g. statistischen Kenngrößen ermittelt. M dieser statistischen Schätzungen aus den Einzelblöcken werden dann zur Verringerung der Varianz der Schätzung zu einem Bild gemittelt.

Für die zeitliche Unterteilung der Datensätze gelten folgende Einstellungen:

Blocklänge	$0.1s$
Blöcke je Datensatz	100

Die so ermittelten statistischen Kenngrößen der Geschwindigkeits-Grundserie werden dann als Referenz für die weiteren Untersuchungen verwendet.

Die simulierten Prozessorserien sind Ausgangspunkt für die Rekonstruktionsverfahren

- Sample-and-Hold-Rekonstruktion
- lineare Rekonstruktion
- Zeitdehnungstranformation
- fraktale Rekonstruktion (Zielsystem)
- fraktale Rekonstruktion (konstante fraktale Dimension)
- Projektion auf konvexe Mengen

sowie, zum Vergleich, für die direkte Meßwertverarbeitung mit Aufenthaltszeitwichtung.

Für die Rekonstruktionsverfahren gelten folgende Einstellungen:

Resamplingfrequenz	$10000Hz$
fraktale Tiefe (nur frakt. Rek.)	10
Anzahl der Iterationen (nur POCS)	$5N$

Dabei wird die Rekonstruktion blockweise durchgeführt über jeweils 50 Werte des LDA-Datensatzes, wobei über die mittleren 30 Werte rekonstruiert wird. Dann wird der LDA-Datensatz um diese 30 Werte verschoben.

Die Einstellungen bei der Bestimmung der statistischen Kenngrößen sind mit denen bei der Analyse der Grundserie identisch.

Eine Übersicht zu allen zusätzlich zu den hier genannten allgemeinen Einstellungen nötigen Parameter für die Simulation und die Meßwertverarbeitung sind den Diagrammen im Anhang A.3 vorangestellt.

4 Untersuchungsergebnisse bei gegebenen Prozeß- und Meßparametern

Bei der Auswertung der **Testsignale** konnten

Die *Polynominterpolation* (Sample-and-Hold-Rekonstruktion, lineare Rekonstruktion) und die *Zeitdehnungstransformation* liefern, da keine zusätzlichen Informationen über die Art des abgetasteten Signals eingehen im Sinne einer Rekonstruktion wenig zufriedenstellende Ergebnisse (Abbildungen A.1.1 bis A.1.3 und A.1.7 bis A.1.9). Jedoch liefern sie prinzipiell gleiche Zeitverläufe für unterschiedliche Signalformen und zeigen kein Überspringen.

Die *fraktale Rekonstruktion* geht von der Selbstähnlichkeit des Originalsignals aus, wodurch auch nur für selbstähnliche Signale (hier nur Testsignal 2) das Resultat bewertbar ist. Die fraktale Dimension wird bei der Anwendung des Zielsystems aus den Abtastwerten selbst, und bei der Methode mit konstanter fraktalen Dimension explizit vorgegeben. Die Schätzung der fraktalen Dimension bei expliziter Angabe aus dem vorliegenden Datensatz erweist sich besonders bei niedriger Teilchenrate als kritisch und ist bei automatischer Ableitung aus dem Datensatz fehlerbehaftet (Abbildungen A.1.4, A.1.5, A.1.10, A.1.11). Im Abschnitt 3.7 sind genauere Untersuchungen hierzu beschrieben. Die *Projektion auf konvexe Mengen* erweist sich für das Testsignal 1 bei Kenntnis der Bandbreite des Originalsignals als sehr effektiv (Abbildung A.1.6), jedoch sehr rechenintensiv. Bei Signalen, die nicht so stark bandbegrenzt sind (Testsignal 2) ist die Vorgabe der Bandbreite des von der Rekonstruktion verwendeten Filters als Parameter für diese Rekonstruktion sehr kritisch (Abbildung A.1.12) und bewirkt direkt die Veränderung des Spektrums. Auch hierzu sind im Abschnitt 3.7 genauere Untersuchungen beschrieben.

Die Schätzung des **Geschwindigkeitsmittelwertes** bei Anwendung einer Rekonstruktion ist unabhängig von der Verteilungsfunktion der Abtastintervalle. Diese hat somit keinen Einfluß auf den Bias der Mittelwertschätzung. Die systematische Fehler entsteht durch die statistische Abhängigkeit der Meßrate vom Meßwert, die durch die Rekonstruktionen nicht berücksichtigt wird.

Der Haupteinfluß auf den Mittelwertbias geht vom Turbulenzgrad aus. Mit wachsendem Turbulenzgrad wird die Asymmetrie der Geschwindigkeits-Häufigkeits-Verteilung stärker, wodurch der Mittelwertbias wächst (Abbildung 9). Die Geschwindigkeitswerte der Abtastpunkte werden mit abnehmender Teilchenrate zunehmend voneinander unabhängig, wodurch das Abtastintervall und die Meßhäufigkeit voneinander unabhängig werden. Die bei der Mittelwertbildung durchgeführte zeitliche Integration enthält somit die bei geringer Teilchendichte die Häufigkeitsverteilung nicht. Somit steigt der Bias mit abnehmender Teilchenrate an.

Während diese Aussagen zum Mittelwertbias für alle untersuchten Rekonstruktionsmethoden gelten, sind beim Vergleich der geschätzten Varianzen signifikante Unterschiede zwischen den Rekonstruktionsverfahren zu erkennen.

Das Ergebnis der **Varianzschätzung** bei Anwendung der *Sample-and-Hold-Rekonstruktion* ist unabhängig von der Verteilungsfunktion der Abtastintervalle. Die Exponentialverteilung der Abtastintervalle hat somit keinen Anteil am Varianzbias. Dieser entsteht durch die statistische Abhängigkeit der Meßhäufigkeit mit der Meßgröße. Der Betrag des Varianzbias wächst zunächst mit steigendem Turbulenzgrad an (von $TU = 10\%$ bis $TU = 30\%$). Der Varianzbias ist hierbei negativ. Bei größerem Turbulenzgrad verringert sich der Betrag des Bias wieder, und ist bei $TU = 100\%$ verschwunden. Bei Turbulenzgraden über 100% wird der Varianzbias positiv und wächst mit zunehmendem Turbulenzgrad. Der Betrag des Varianzbias ist stark von der Teilchenrate abhängig. Mit sinkender Teilchenrate wird der durch den Turbulenzgrad hervorgerufene Bias verstärkt. Die *lineare Rekonstruktion* verringert hingegen die Varianz des Signals (vgl. Abschnitt A.2.3) und um so stärker, je geringer die Abtastrate ist. Die *Zeitdehnungsrekonstruktion* liegt zwischen der linearen und der Sample-and-Hold-Rekonstruktion.

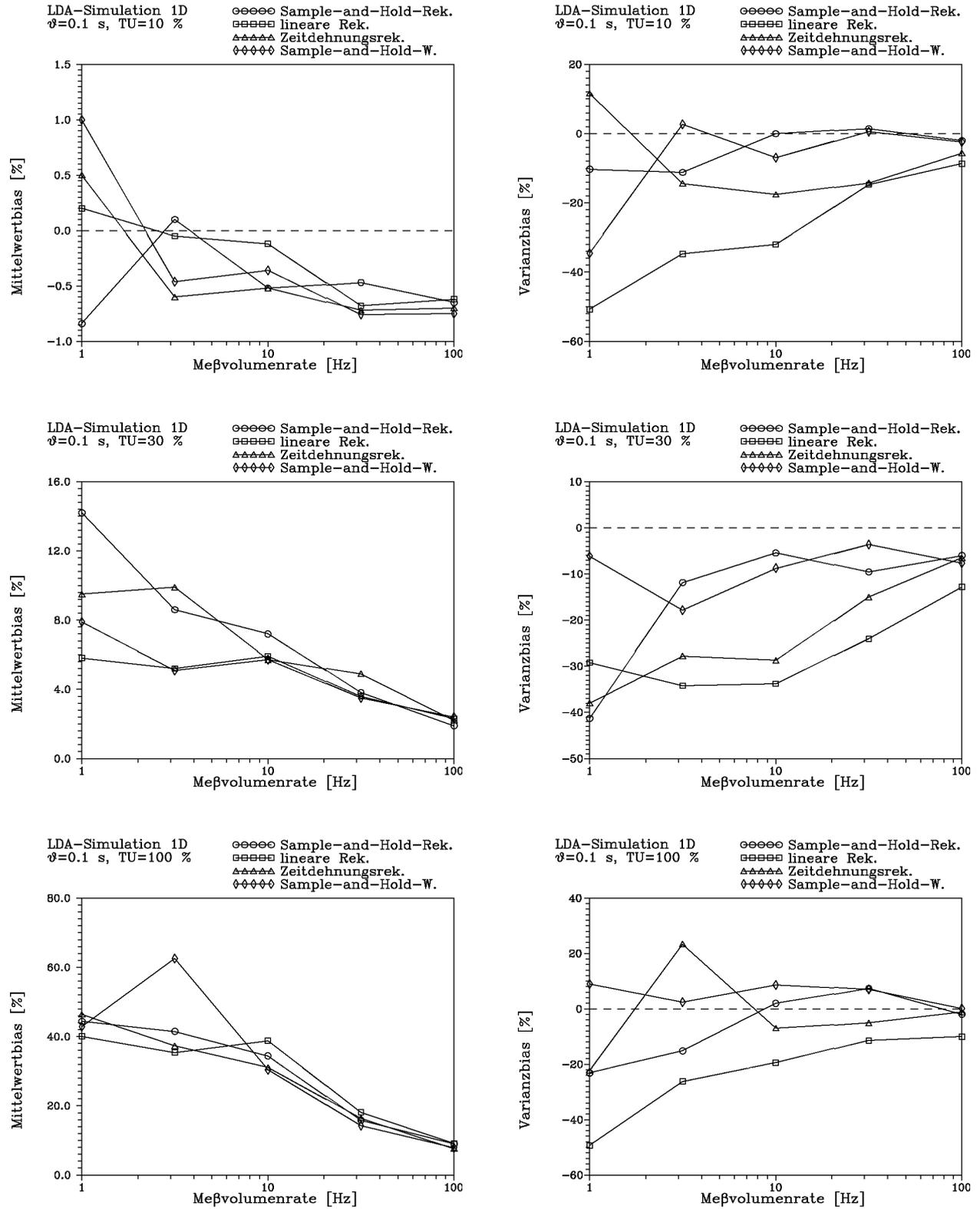


Abbildung 9: Abhängigkeit des Mittelwert- und des Variabzbias von der Teilchenrate ausgewählter Rekonstruktionsverfahren bei gegebenem Turbulenzgrad

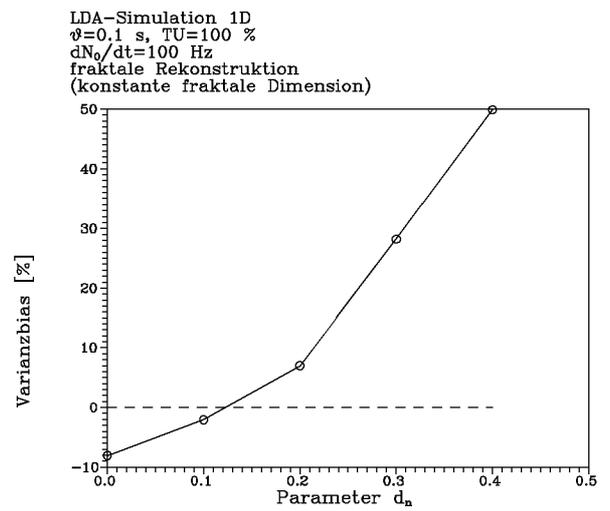
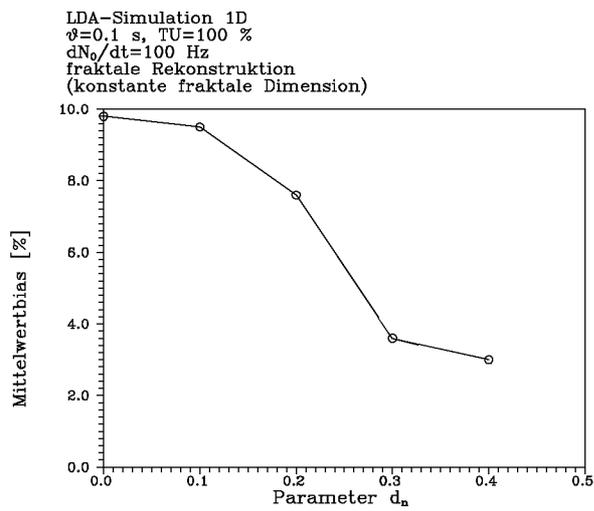
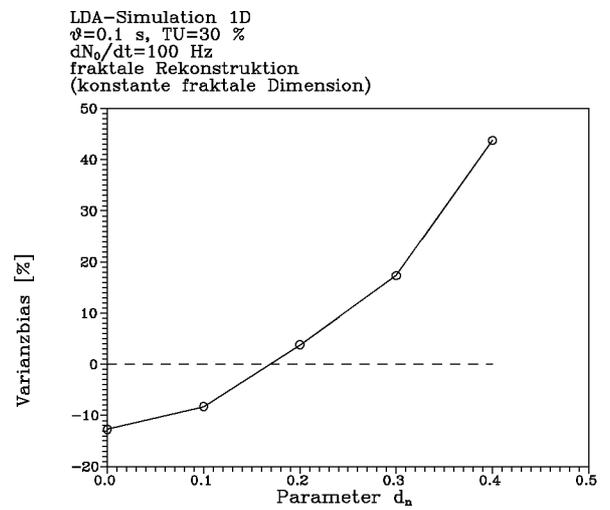
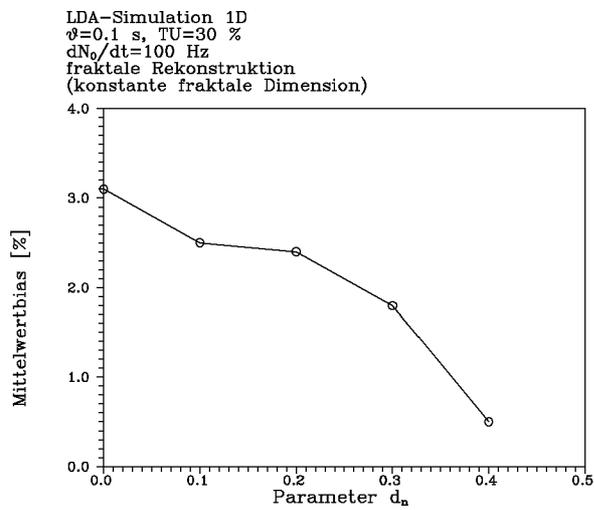
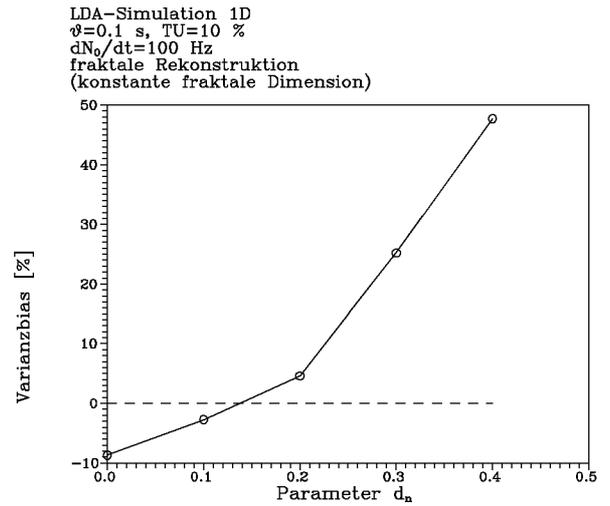
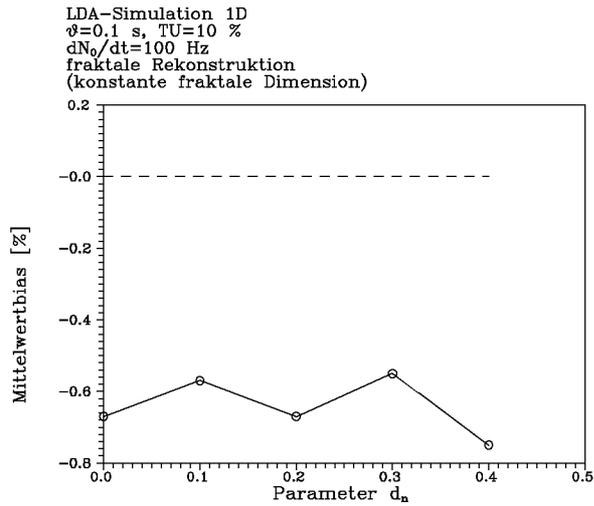


Abbildung 10: Abhängigkeit des Mittelwert- und des Variabias vom Parameter d_n bei der fraktalen Rekonstruktion mit konstanter fraktaler Dimension bei gegebenem Turbulenzgrad

Rekonstruktion	Parameter	Verlauf	Abbildungen
Sample-and-Hold	–	exponentiell	A.2.3.3, A.2.3.11, A.2.3.19
linear	–	gaußähnlich (Faltung zweier Exponentialfunktionen)	A.2.3.5, A.2.3.13, A.2.3.21
Zeitdehnung	–	zwischen Sample-and-Hold-Rek. und linearer Rek.	A.2.3.7, A.2.3.15, A.2.3.23
fraktale (konst. Dim.)	$d_n \rightarrow 1$ N_3 groß	Überschwingen	A.2.1.3...A.2.1.9
fraktale (konst. Dim.)	$d_n \rightarrow 1$ N_3 klein	ähnlich der Sample-and-Hold-Rek.	A.2.1.5, A.2.1.11, A.2.1.13
fraktale (konst. Dim.)	$d_n \rightarrow 0$	wie lin. Rek.	
POCS	B groß Startbelegung Sample-and-Hold-Rek.	wie Sample-and-Hold-Rek.	
POCS	B groß Startbelegung lineare Rek.	wie lineare Rek.	
POCS	B klein	Schwingen bei $f \approx B$	A.2.2.1, A.2.2.3, A.2.2.5

Tabelle 2: Prinzipieller Verlauf der Korrelationsfunktion in Abhängigkeit von der Rekonstruktion

Bei der *fraktalen Rekonstruktion* wird über den Parameter d_n die Varianz direkt beeinflusst. Die automatische Berechnung von d_n beim Zielsystem ist so unzuverlässig, daß hier keine Aussagen zu Fehlern möglich sind. Bei expliziter Vorgabe von d_n nähert sich die fraktale Rekonstruktion der linearen für $d_n \rightarrow 0$ an. Für $d_n \rightarrow 1$ vergrößert sich die Varianz des Signals (Abbildung 10, vgl. Abschnitt A.2.1).

Die *Projektion auf konvexe Mengen* nähert sich mit steigender Bandbreite B der Startbelegung, hier der linearen Rekonstruktion. Für sinkende Bandbreite wird der Fehler geringer.

Durch die Rekonstruktion entsteht in der Umgebung eines jeden Abtastpunktes eine Korrelation, die unabhängig vom tatsächlichen Verlauf des Originalsignals ist. Mit abnehmender Teilchenrate vergrößert sich das Abtastintervall (z.B. A.2.3.3 bis A.2.3.7 gegen A.2.3.19 bis A.2.3.23). Der prinzipielle Verlauf der **Korrelationsfunktion** ist in Tabelle 2 in Abhängigkeit von der verwendeten Rekonstruktion zusammengefaßt. Die Fehler bei der Schätzung der Korrelationsfunktion sind bei allen Rekonstruktionsverfahren unabhängig von der Verteilungsfunktion der Abtastintervalle. Die Dimension der simulierten Strömung und der Turbulenzgrad haben daher keine signifikanten Auswirkungen auf den Fehler bei der Schätzungen der Korrelation.

Durch Verwendung von **weißem Rauschen** als Eingangssignal nähert sich für kleine Teilchenraten der Verlauf der Korrelationsfunktion der Strömungssimulation an. Die Schätzung gibt somit nicht mehr über den untersuchten Prozeß Auskunft.

Die Korrelationsfunktion und das **Leistungsdichtespektrum** stehen über das Wiener-Chinčin Theorem in Beziehung. Daher gehört zu einem prinzipiellen Verlauf der Korrelationsfunktion auch der des Leistungsdichtespektrums. Tabelle 3 faßt diesen in Abhängigkeit von der verwendeten Rekonstruktion zusammen.

Die Abhängigkeiten bei Verwendung der **HDA-Daten** und die Simulationen mit den durch die Analyse der HDA-Daten erhaltenen Strömungsparametern ergeben trotz der veränderten zeitlichen Skalierung die gleichen Aussagen.

Rekonstruktion	Parameter	Verlauf	Abbildungen
Sample-and-Hold	– 1. Ordnung	Tiefpaß	A.2.3.4, A.2.3.12, A.2.3.20
linear	– höherer Ordnung	Tiefpaß	A.2.3.6, A.2.3.14, A.2.3.22
Zeitdehnung	–	zwischen Sample-and-Hold-Rek. und linearer Rek.	A.2.3.8, A.2.3.16, A.2.3.24
fraktale (konst. Dim.)	$d_n \rightarrow 1$ N_3 groß	Überschwingen	A.2.1.4...A.2.1.10
fraktale (konst. Dim.)	$d_n \rightarrow 1$ N_3 klein	ähnlich der Sample-and-Hold-Rek.	A.2.1.6, A.2.1.12, A.2.1.14
fraktale (konst. Dim.)	$d_n \rightarrow 0$	wie lin. Rek.	
POCS	B groß Startbelegung Sample-and-Hold-Rek.	wie Sample-and-Hold-Rek.	
POCS	B groß Startbelegung lineare Rek.	wie lineare Rek.	
POCS	B klein	Schwingen bei $f \approx B$	A.2.2.2, A.2.2.4, A.2.2.6

Tabelle 3: Prinzipieller Verlauf der spektralen Leistungsdichte in Abhängigkeit von der Rekonstruktion

Bei der Analyse der **LDA-Daten** waren aufgrund der sehr geringen Teilchenrate keine statistisch gesicherten Ergebnisse zu erwarten.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Es wurden Methoden der Signalrekonstruktion stationärer, stochastischer Signale mit stochastischer Abtastung am Beispiel der Anwendung in der Laser-Doppler-Anemometrie untersucht.

Für systematische Untersuchungen wurde hierzu der reale Meßprozeß durch eine Rechnersimulation ersetzt und mit Analyseergebnissen realer Meßdaten verglichen.

Es konnte gezeigt werden, daß eine Rekonstruktion des Geschwindigkeits-Zeit-Verlaufs einer Strömung aus einem LDA-Datensatz möglich ist. Ein LDA-Datensatz zeichnet sich durch einen exponentialverteilten Abstand zwischen den Samples und einer Korrelation zwischen der momentanen Abtastrate und der Geschwindigkeit

Während alle Rekonstruktionsverfahren robust gegen Einflüsse der Exponentialverteilung der Abtastintervalle sind und der Einfluß der Korrelation der Meßrate mit der Meßgröße für hohe Teilchenraten vernachlässigbar ist, ist eine starke Abhängigkeit der Schätzung statistischer Kenngrößen der rekonstruierten Funktion von der mittleren Abtastrate des LDA-Datensatzes vorhanden. Alle Rekonstruktionen überlagern bei sinkender Meßhäufigkeit dem Meßsignal ein breitbandiges Rauschen größerer Amplitude. Die Summe wird durch die Rekonstruktionen mit, für sinkende Meßraten fallender Grenzfrequenz, tiefpaßgefiltert.

Die Exponentialverteilung der Abtastintervalle, die Korrelation der Meßhäufigkeit mit der Meßgröße und die Information, daß das Signal eine Strömungsgeschwindigkeit repräsentiert, sind Informationen über das Signalmodell, die zur Rekonstruktion herangezogen werden können.

In die untersuchten Rekonstruktionsmethoden gehen diese Informationen, mit Ausnahme der frak-

talen Rekonstruktion, die auf den fraktalen Eigenschaften der Strömung basiert, jedoch nicht ein. Daher ist der Informationsgehalt des rekonstruierten Signals identisch mit dem des Originalsignals. Die Rekonstruktion ist in diesem Fall nur für eine Anpassung der Abtastrate an nachfolgende Verarbeitungsschritte einsetzbar, nicht jedoch für eine genauere Schätzung der statistischen Kenngrößen. Obwohl die Analyseergebnisse nach einer Signalrekonstruktion mit unterschiedlichen Methoden spezifisch für die verwendete Methode ist, handelt es sich nicht um eine unterschiedliche Schätzqualität (vgl. 3.3).

Die fraktale Rekonstruktion schließt den fraktalen Charakter der Strömung in die Rekonstruktion ein. Diese Information über den Signalcharakter geht zusätzlich zum LDA-Datensatz in die Rekonstruktion ein, wodurch eine genauere Schätzung der statistischen Kenngrößen der untersuchten Strömung möglich ist. Die fraktale Rekonstruktion stellt demnach gegenüber den anderen untersuchten Methoden eine andere Qualität dar und sollte in weiteren Arbeiten genauer untersucht werden.

Verbesserungen der Schätzqualität gegenüber den bisher vielfach eingesetzten direkten Analyseverfahren und Rekonstruktionsverfahren sind durch Einbeziehung weiterer a priori vorhandener Informationen über die untersuchte Strömung zu erwarten. Diese Informationen können sowohl in die direkten Verfahren als auch in die Rekonstruktion des Geschwindigkeits-Zeit-Verlaufs eingehen, so daß auch weiterhin beide Komplexe der Signalverarbeitung stochastisch abgetasteter Signale nebeneinander eingesetzt werden. Qualitätsunterschiede werden sich in der Art und dem Umfang der Informationen über den untersuchten Prozeß ergeben.

Thesen

1. Durch Rekonstruktion ist eine Anpassung der Abtastung an nachfolgende Schritte der Signalverarbeitung möglich.
2. Rekonstruktionsverfahren haben Tiefpaßcharakter.
3. Mit abnehmender Teilchenrate verringert sich die Grenzfrequenz der Rekonstruktion.
4. Die Bewertung der Schätzqualität statistischer Kenngrößen anhand absoluter bzw. relativer Fehler *eines* Eingangssignals ist nicht sinnvoll.
5. Durch Rekonstruktion ohne Einbeziehung von Informationen über das Signal verändert sich der Informationsgehalt nicht.
6. Durch Einbeziehung von Informationen über das Signal sind Verbesserungen der Schätzung zu erwarten.
7. Rekonstruktionen machen bei hoher Abtastrate die Schätzung statistischer Kenngrößen von der Verteilungsfunktion der Abtastintervalle unabhängig.
8. Die Korrelation von Abtastrate und Meßwert wird durch die Rekonstruktion nicht berücksichtigt.
9. Die Turbulenzgradabhängigkeit von Mittelwert- und Varianzbias wird durch die Rekonstruktion nicht aufgehoben.
10. Die Schätzung der spektralen Leistungsdichte und der Korrelationsfunktion sind von der Meßrate abhängig. Bei kleinen Meßraten nähern sich die Schätzungen dem, für die verwendete Rekonstruktion spezifischen, prinzipiellen Verlauf an.
11. Bei der fraktalen Rekonstruktion hat der Parameter für den Grad der fraktalen Selbstähnlichkeit direkten Einfluß auf die Varianzschätzung.
12. Bei der Projektion auf konvexe Mengen hat die Filterbandbreite direkten Einfluß auf die Spektralschätzung.
13. Die Rechnersimulation des LDA-Meßprozesses ist für Untersuchungen der Meßwertverarbeitung vorteilhaft gegenüber realen Messungen.

Literatur

- [1] Adrian R. J., Yao C. S.: Power spektra of fluid velocities measured by laser Doppler velocimetry. *Experiments in Fluids* 5, 1987, 17–28
- [2] Bell W. A.: Spectral Analysis of Laser Velocimeter Data with the Slotted Correlation Method. AIAA/ASME 4th Fluid Mechanics, Plasma Dynamics and Lasers Conference, May 12–14, 1986/Atlanta, GA
- [3] Boyer L., Searby G.: Random sampling: Distortion and reconstruction of velocity spectra from fast Fourier-transform analysis of the analog signal of a laser Doppler processor. *J. Appl. Phys.* **60** (8), 1986, 2699–2707
- [4] Chao Y. C., Leu J. H.: A fractal reconstruction method for LDV spectral analysis. *Experiments in Fluids* 13, 1992, 91–97
- [5] Clark J. J., Palmer M. R., Lawrence P. D.: A Transformation Method for the Reconstruction of Functions from Nonuniformly Spaced Samples. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-33, No. 4, 1985, 1151–1165
- [6] Fuchs W., Albrecht H., Nobach H., Tropea C., Graham L. J. W.: Simulation and experimental verification of statistical bias in Laser Doppler Anemometry including non-homogeneous particle density. 6th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, July 1992, Lisbon
- [7] Fuchs W., Nobach H.: Auswirkungen der Turbulenz und inhomogener Streuteilchenkonzentrationen auf das Meßwertensemble eines Laser-Doppler-Anemometers. 7. Symposium Maritime Elektronik Arbeitskreis Maritime MeBelektronik, 1992, Rostock, 119–122
- [8] Gaster M., Roberts J. B.: The spectral analysis of randomly sampled records by a direct transform. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, Vol. 354, 1977, 27–58
- [9] Gouldin F. C.: An Application of Fractals to Modeling Premixed Turbulent Flames. *Combustion and Flame*, Vol. 68, 1987, 249–266
- [10] Gouldin F. C., Bray K. N. C., Chen J.-Y.: Chemical Closure Model for Fractal Flamelets. Western States Section of the Combustion Institute Paper 88-37, 1988
- [11] Kuo S., Mammone R. J.: Image Restoration by Convex Projections Using Adaptive Constraints and the L_1 Norm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 40, No. 1, 1992, 159–169
- [12] Lee D. H., Sung H. J.: Assessment of turbulent spectral bias in laser Doppler velocimetry. *Experiments in Fluids* 16, 1994, 223–235
- [13] Marvasti F. A.: Analysis and Recovery of Sample-and-Hold and Lineary Interpolated Signals with Irregular Samples. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 40, No. 8, 1992, 1884–1891
- [14] Marvasti F. A., Clarkson P. M.: Reconstruction of Speech Signals with Lost Samples. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 40, No. 12, 1992, 2897–2903
- [15] Meisel D. D.: Fourier Transforms of Data Sampled in Unequally Spaced Segments. *The Astronomical Journal*, Vol. 84, No. 1, 1979, 116–126

- [16] Nobach H.: Simulation des LDA-Meßprozesses in mehrdimensionalen Strömungen. Universität Rostock, 1992, Kleiner Beleg
- [17] Nobach H.: Simulationen zum Einfluß von Teilchen-Seeding und Prozesseigenschaften auf die Ergebnisse konventioneller Methoden zur Turbulenzspektrubestimmung beim Laser-Doppler-Anemometer. Universität Rostock, 1993, Großer Beleg
- [18] Ponman T.: The analysis of periodicities in irregularly sampled data. *Mon. Not. R. astr. Soc.* (1981) 196, 583–596
- [19] Roberts J. B., Ajmani D. B. S.: Spectral analysis of randomly sampled signals using a correlation-based slotting technique. *IEE Proceedings*, Vol. 133, Pt. F, No. 2, 1986, 153–162
- [20] Sauer K. D., Allebach J. P.: Iterative Reconstruction of Band-Limited Images from Nonuniformly Spaced Samples. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, Vol. cas-34, No. 12, 1987, 1497–1506
- [21] Scott P. F.: Random Sampling Theory and Its Application to Laser Velocimeter Turbulence Spectra Measurements. General Electric Company, Technical Information Series, Report No. 74CRD216, 1974
- [22] Sezan I. M., Stark H.: Image Restoration by the Method of Convex Projections: Part 2-Applications and Numerical Results. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol. mi-1, No. 2, 1982, 95–101
- [23] Sezan I. M., Stark H.: Tomographic Image Reconstruction from Incomplete View Data by Convex Projections and Direct Fourier Inversion. *IEEE Transaction on Medical Imaging*, Vol. mi-3, No. 2, 1984, 91–98
- [24] Strahle W. C.: Turbulent combustion data analysis using fractals. *AIAA Journal*, Vol. 29, No. 3, 1991, 409–417
- [25] Strahle W. C., Jagoda J. I.: Fractal Geometry Applications in turbulent Combustion Data Analysis. 22nd Symp. Int. on Combustion, The Combustion Institute, 1988, 561–568
- [26] Veynante D., Candel S. M.: Application of nonlinear spectral analysis and signal reconstruction to laser velocimetry. *Experiments in Fluids*, 1988, 534–540
- [27] Veynante D., Candel S. M.: A Promising Approach in Laser Doppler Velocimetry Data Processing: Signal Reconstruction and Nonlinear Spectral Analysis. *Signal Processing* 14, 1988, 295–300, North-Holland
- [28] Youla D. C.: Mathematical Theory of Image Restoration by the Method of Convex Projections. *Image Recovery Theory and Application*, 29–77
- [29] Youla D. C., Webb H.: Image Restoration by the Method of Convex Projections: Part 1-Theory. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol. mi-1, No. 2, 1982, 81–94
- [30] Yeh S., Stark H.: Iterative and one-step reconstruction from nonuniform samples by convex projections. *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 7, No. 3, 1990, 491–499
- [31] Wingham D. J.: The Reconstruction of a Band-Limited Function and its Fourier Transform From a Finite Number of Samples at Arbitrary Locations by Singular Value Decomposition. *IEEE Transaction on Signal Processing*, Vol. 40, No. 3, 1992, 559–570

A Tabellen und Diagramme

A.1 Testsignale

Abbildung	Testsignal	Rekonstruktion	Parameter
A.1.1	1	Sample-and-Hold-Rekonstruktion	-
A.1.2	1	lineare Rekonstruktion	-
A.1.3	1	Zeitdehnungstransformation	-
A.1.4	1	fraktale Rekonstruktion (Zielsystem)	-
A.1.5	1	fraktale Rekonstruktion (konst. Dim.)	$d_n = 0.4$
A.1.6	1	POCS	$B = 0.55Hz$
A.1.7	2	Sample-and-Hold-Rekonstruktion	-
A.1.8	2	lineare Rekonstruktion	-
A.1.9	2	Zeitdehnungstransformation	-
A.1.10	2	fraktale Rekonstruktion (Zielsystem)	-
A.1.11	2	fraktale Rekonstruktion (konst. Dim.)	$d_n = 0.4$
A.1.12	2	POCS	$B = 0.55Hz$

Abbildung A.1.1

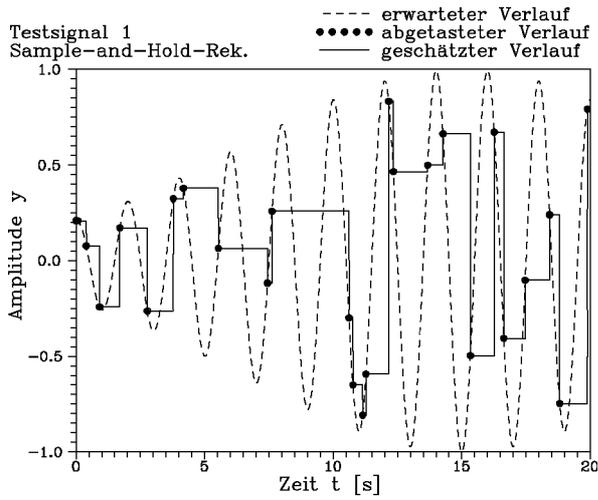


Abbildung A.1.2

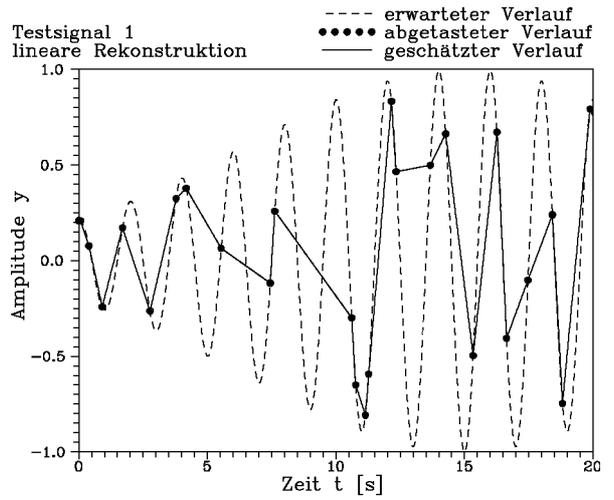


Abbildung A.1.3

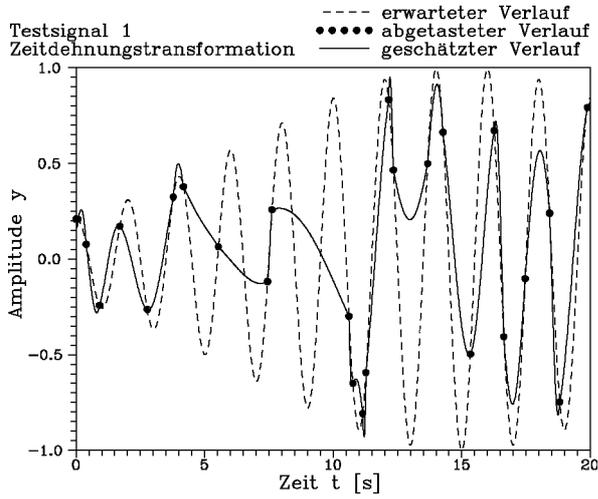


Abbildung A.1.4

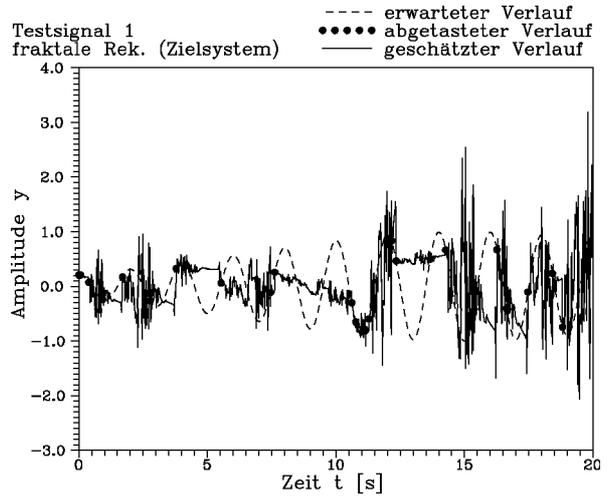


Abbildung A.1.5

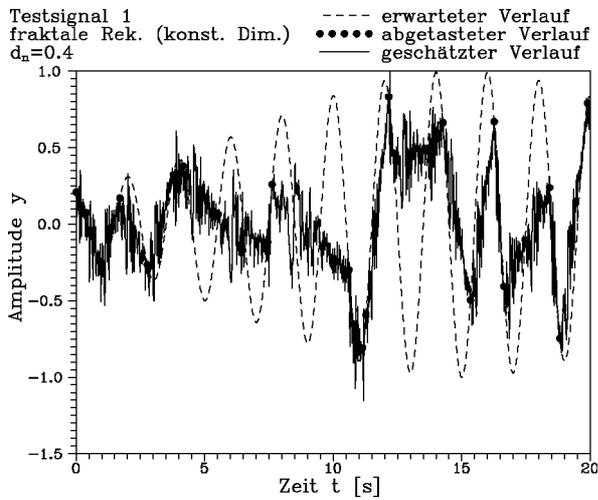


Abbildung A.1.6

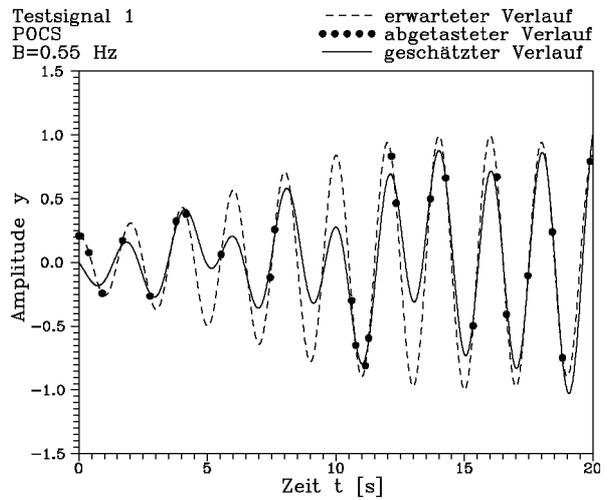


Abbildung A.1.7

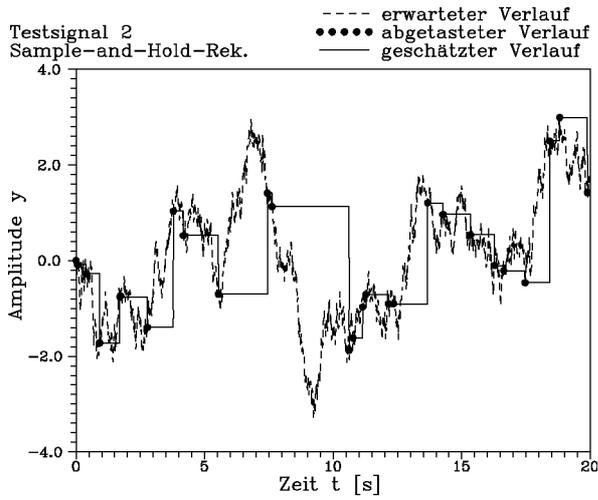


Abbildung A.1.8

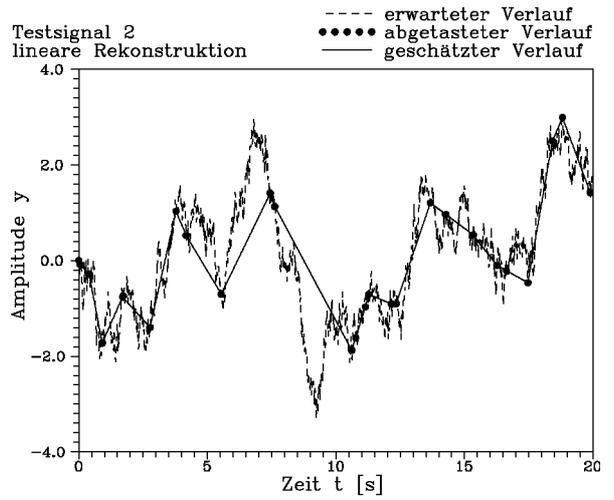


Abbildung A.1.9

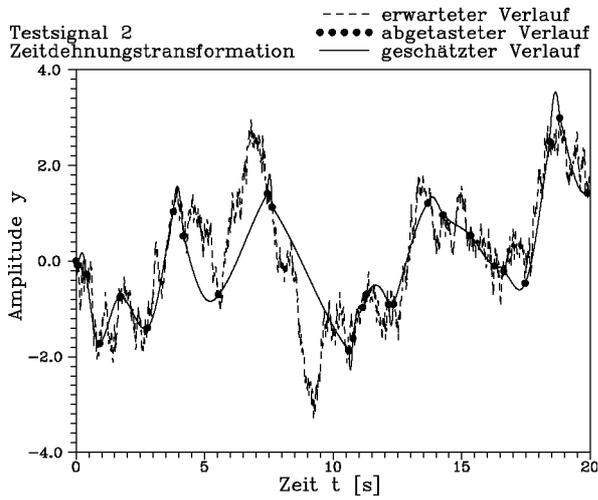


Abbildung A.1.10

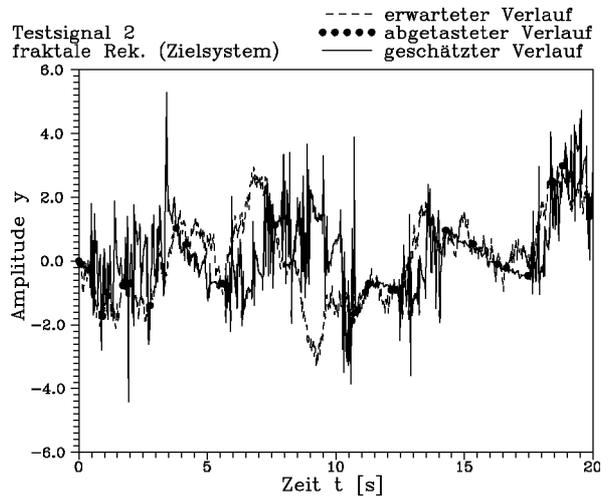


Abbildung A.1.11

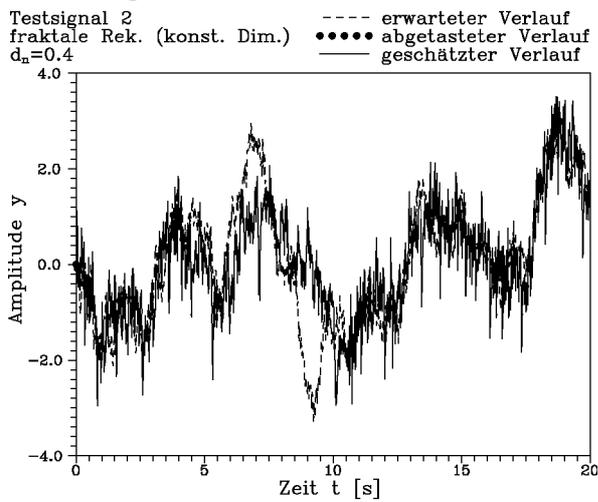
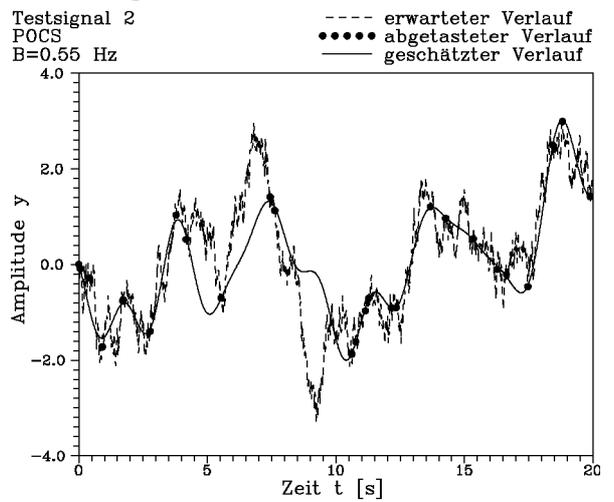


Abbildung A.1.12



A.2 Rechnersimulationen

A.2.1 Fraktale Rekonstruktion

Strömungssimulation: Dimension: 1D
 Integralzeitmaß: 0.1s
 Turbulenzgrad: 10%

Abbildung		Meßvolu- menrate [Hz]	Analyse	Parameter	Schätzung		Referenz		Fehler	
Korrelation	Spektrum				Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [%]	Varianz [%]
-	-	99.6	fraktale Rek. (Zielsystem)	-	Überlauf	Überlauf	9.977	0.959	Überlauf	Überlauf
A.2.1.1	A.2.1.2	100.0	fraktale Rek. (konst. Dim.)	$d_n = 0$	9.986	0.896	9.977	0.959	0.090	-6.562
A.2.1.3	A.2.1.4	100.0	fraktale Rek. (konst. Dim.)	$d_n = 0.2$	9.989	1.046	9.977	0.959	0.120	9.129
A.2.1.5	A.2.1.6	99.9	fraktale Rek. (konst. Dim.)	$d_n = 0.4$	9.968	1.507	9.977	0.959	-0.090	57.225
A.2.1.7	A.2.1.8	99.2	fraktale Rek. (konst. Dim.)	$d_n = 0.6$	9.964	2.736	9.977	0.959	-0.130	185.446
A.2.1.9	A.2.1.10	100.3	fraktale Rek. (konst. Dim.)	$d_n = 0.8$	9.967	7.975	9.977	0.959	-0.100	732.029
A.2.1.11	A.2.1.12	9.9	fraktale Rek. (konst. Dim.)	$d_n = 0.4$	10.090	1.111	9.977	0.959	1.133	15.910
A.2.1.13	A.2.1.14	1.0	fraktale Rek. (konst. Dim.)	$d_n = 0.4$	10.060	0.660	9.977	0.959	0.832	-31.122

Abbildung A.2.1.1

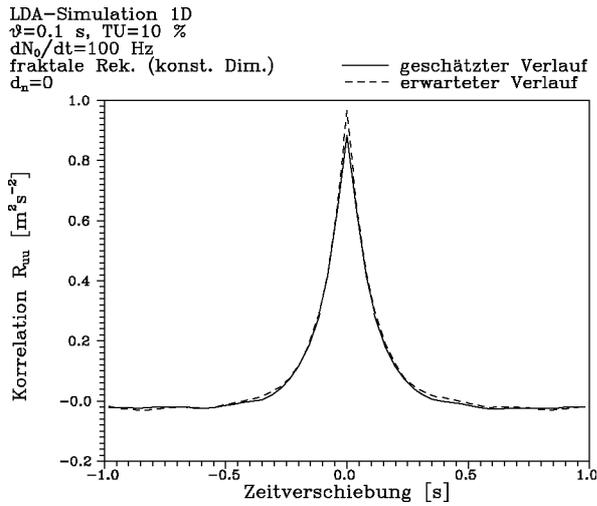


Abbildung A.2.1.2

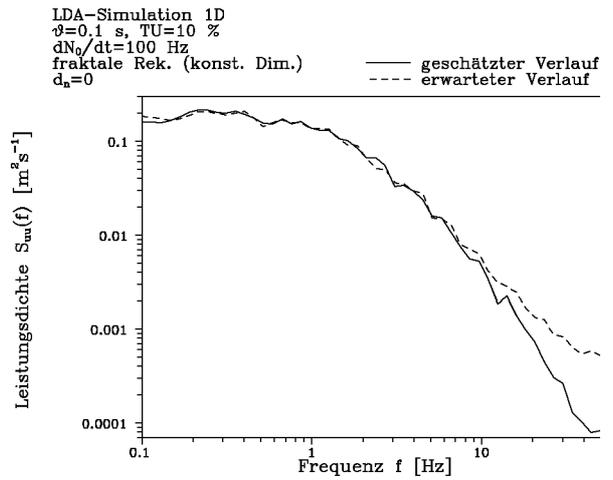


Abbildung A.2.1.3

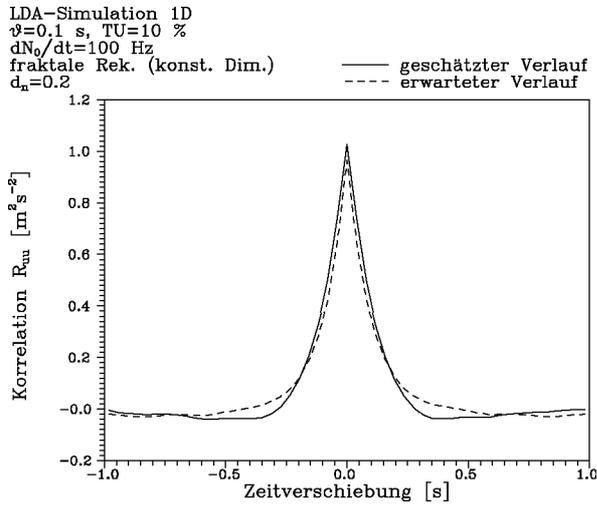


Abbildung A.2.1.4

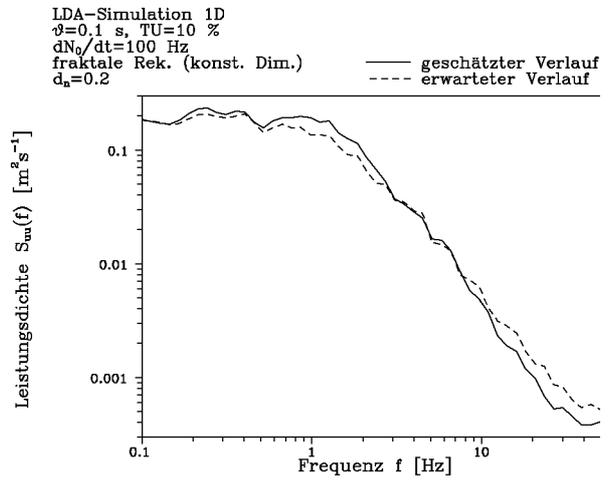


Abbildung A.2.1.5

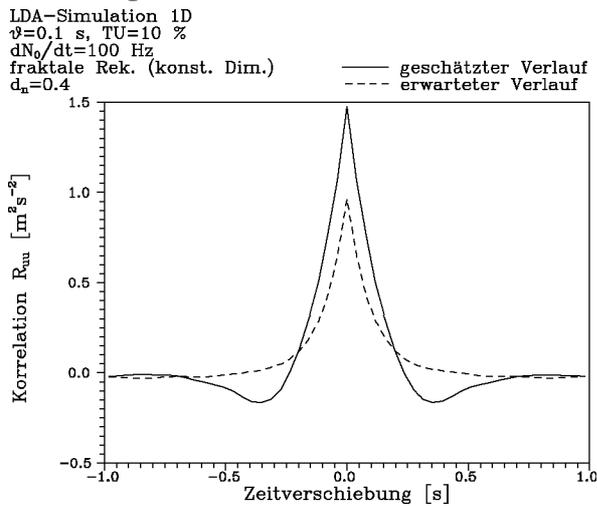


Abbildung A.2.1.6

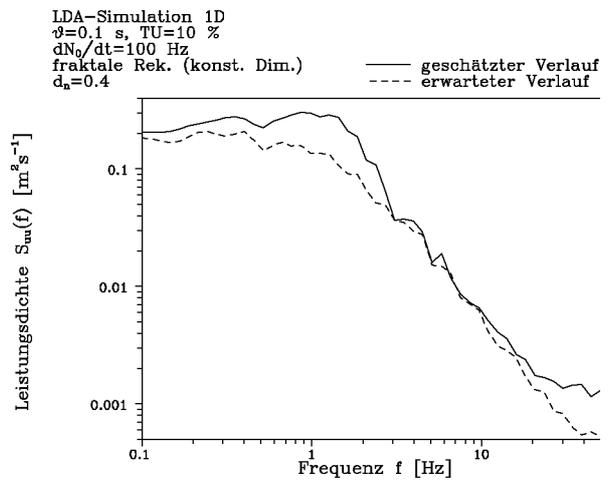


Abbildung A.2.1.7

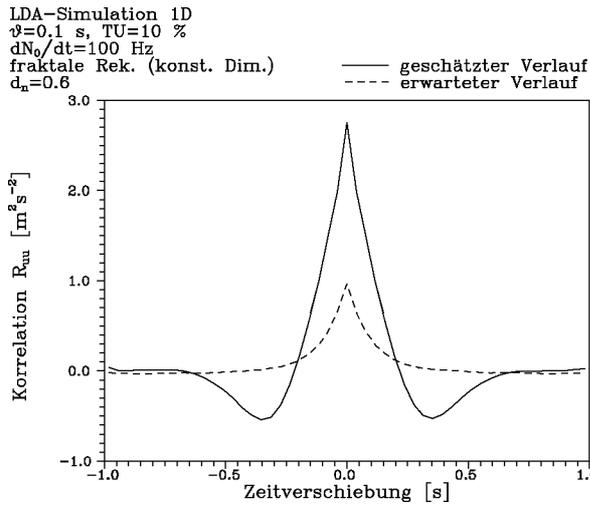


Abbildung A.2.1.8

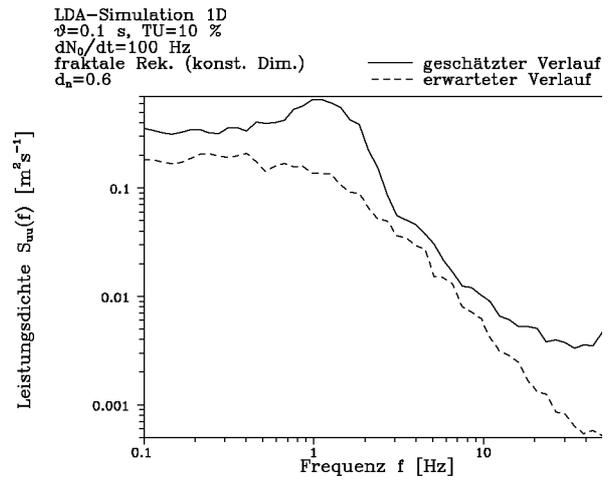


Abbildung A.2.1.9

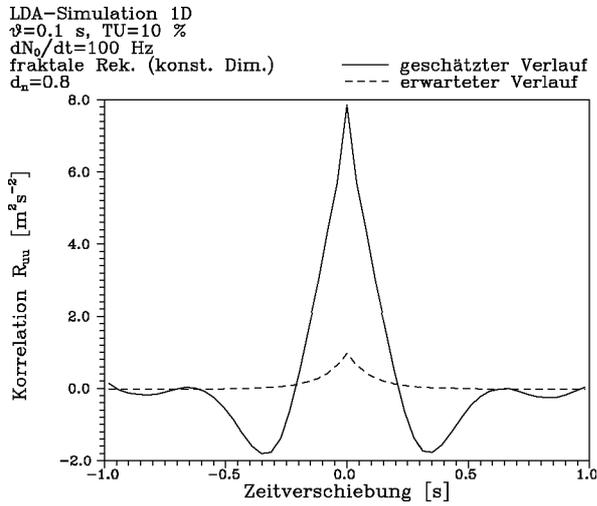


Abbildung A.2.1.10

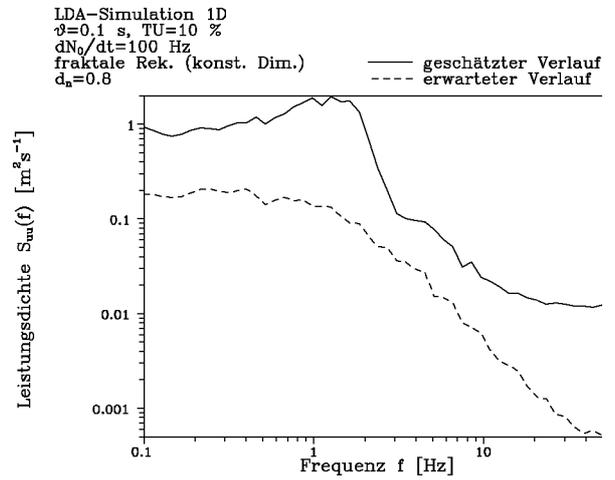


Abbildung A.2.1.11

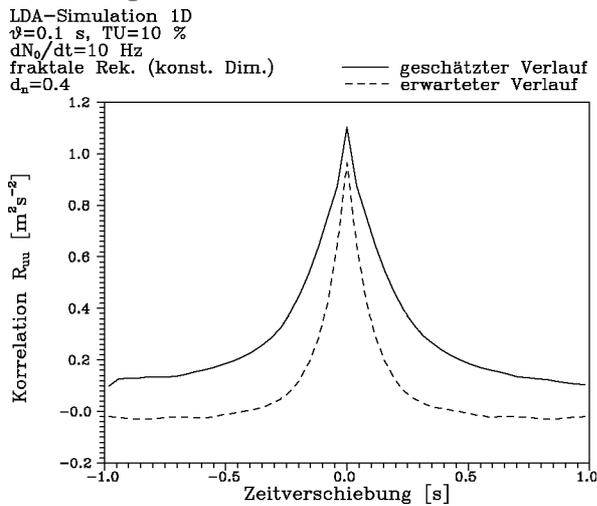


Abbildung A.2.1.12

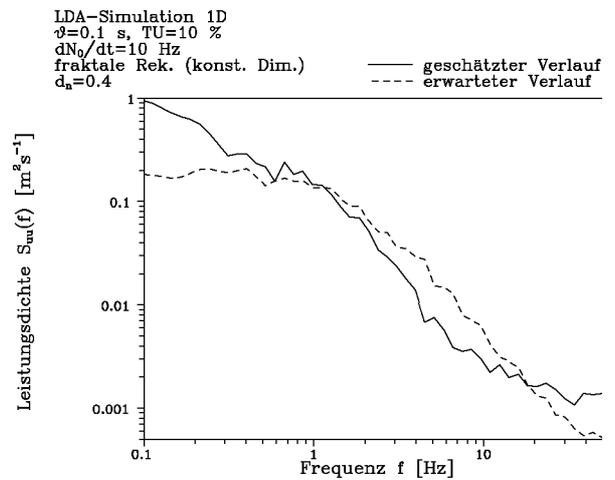


Abbildung A.2.1.13

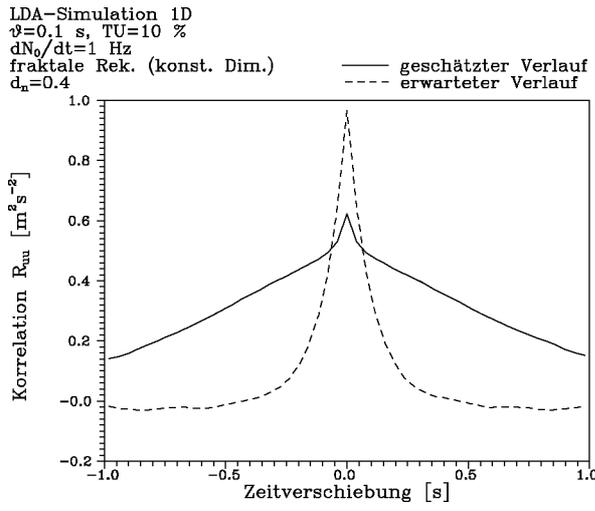
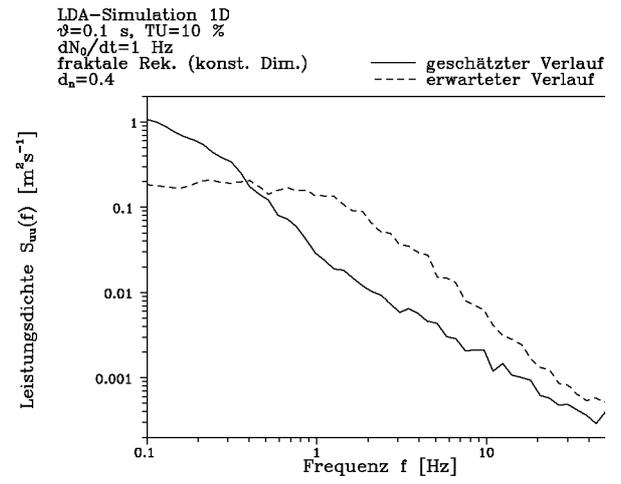


Abbildung A.2.1.14



A.2.2 Projektion auf konvexe Mengen

Strömungssimulation: Dimension: 1D
 Integralzeitmaß: 0.1s
 Turbulenzgrad: 10%

Abbildung		Meßvolu- menrate [Hz]	Analyse	Parameter	Schätzung		Referenz		Fehler	
Korrelation	Spektrum				Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [%]	Varianz [%]
A.2.2.1	A.2.2.2	99.4	POCS	$B = 50$	9.991	1.048	9.977	0.959	0.140	9.338
A.2.2.3	A.2.2.4	10.0	POCS	$B = 5$	10.020	0.995	9.977	0.959	0.431	3.829
A.2.2.5	A.2.2.6	1.0	POCS	$B = 0.5$	10.110	0.930	9.977	0.959	1.333	-2.963

Abbildung A.2.2.1

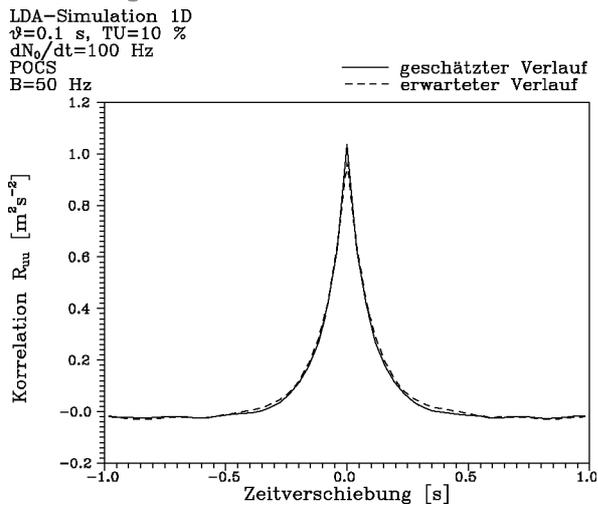


Abbildung A.2.2.2

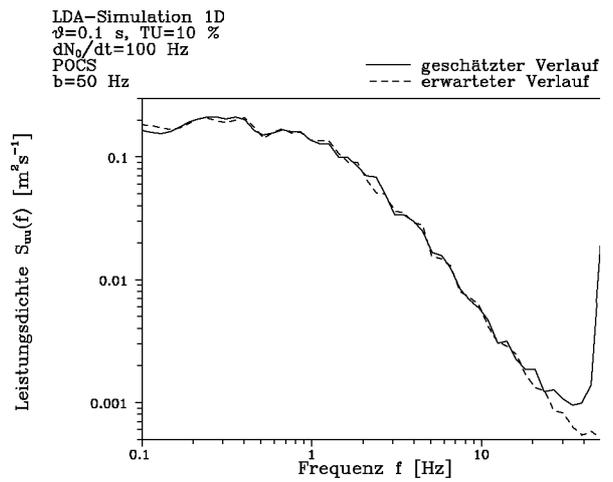


Abbildung A.2.2.3

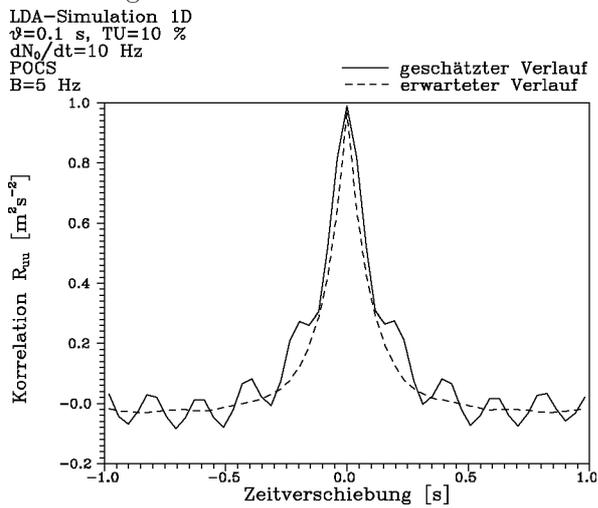


Abbildung A.2.2.4

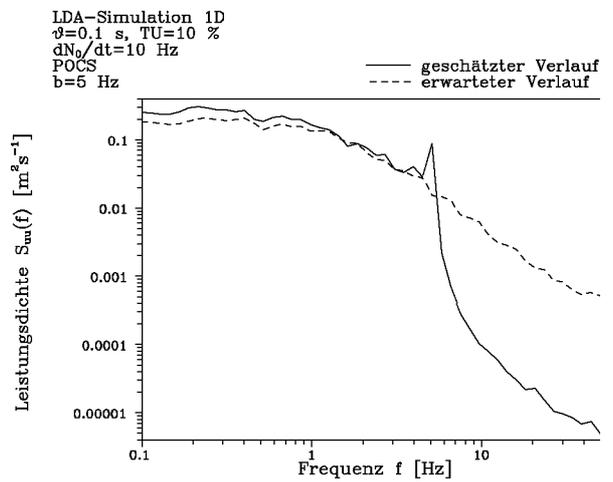


Abbildung A.2.2.5

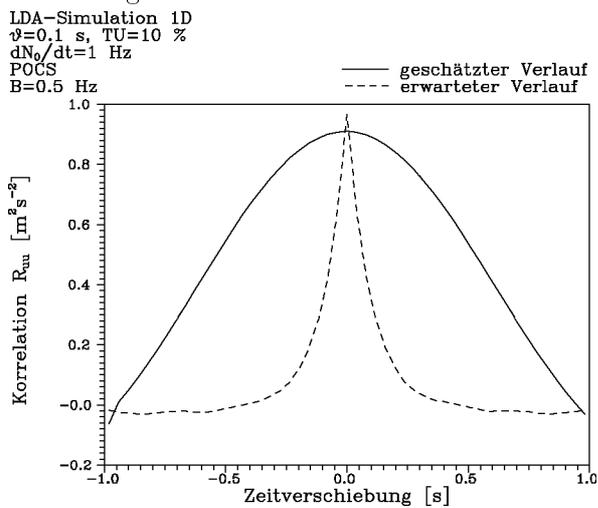
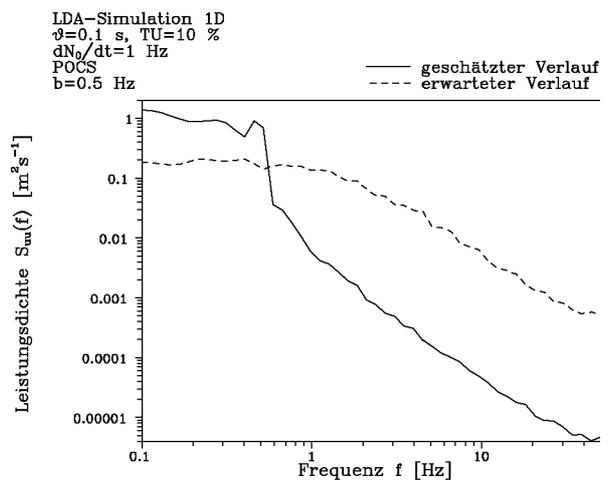


Abbildung A.2.2.6



A.2.3 Polynominterpolation/Zeitdehnungstransformation

Strömungssimulation: Dimension: 1D
 Integralzeitmaß: 0.1s
 Turbulenzgrad: 10%

Abbildung Korrelation	Spektrum	Meßvolu- menrate [Hz]	Analyse	Parameter	Schätzung		Referenz		Fehler	
					Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [%]	Varianz [%]
A.2.3.1	A.2.3.2	100.1	direkt, Aufenthaltszeitw.	-	10.080	0.944	9.977	0.959	1.032	-1.555
A.2.3.3	A.2.3.4	99.9	Sample-and-Hold-Rek.	-	9.987	0.958	9.977	0.959	0.100	-0.104
A.2.3.5	A.2.3.6	100.1	lineare Rek.	-	9.987	0.895	9.977	0.959	0.100	-6.646
A.2.3.7	A.2.3.8	99.4	Zeitdehnungsrek.	-	9.987	0.936	9.977	0.959	0.100	-2.347
A.2.3.9	A.2.3.10	9.9	direkt, Aufenthaltszeitw.	-	10.070	0.947	9.977	0.959	0.932	-1.179
A.2.3.11	A.2.3.12	10.0	Sample-and-Hold-Rek.	-	10.030	0.947	9.977	0.959	0.531	-1.210
A.2.3.13	A.2.3.14	10.0	lineare Rek.	-	10.020	0.708	9.977	0.959	0.431	-26.135
A.2.3.15	A.2.3.16	10.0	Zeitdehnungsrek.	-	10.030	0.876	9.977	0.959	0.531	-8.597
A.2.3.17	A.2.3.18	1.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	-	10.090	1.029	9.977	0.959	1.133	7.355
A.2.3.19	A.2.3.20	1.0	Sample-and-Hold-Rek.	-	10.070	0.773	9.977	0.959	0.932	-19.364
A.2.3.21	A.2.3.22	1.0	lineare Rek.	-	10.090	0.431	9.977	0.959	1.133	-55.003
A.2.3.23	A.2.3.24	1.0	Zeitdehnungsrek.	-	10.100	0.823	9.977	0.959	1.233	-14.178

Strömungssimulation: Dimension: 1D
 Integralzeitmaß: 0.1s
 Turbulenzgrad: 30%

Abbildung Korrelation	Spektrum	Meßvolu- menrate [Hz]	Analyse	Parameter	Schätzung		Referenz		Fehler	
					Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [%]	Varianz [%]
A.2.3.25	A.2.3.26	101.2	direkt, Aufenthaltszeitw.	-	10.930	8.049	10.040	8.945	8.865	-10.017
A.2.3.27	A.2.3.28	100.0	Sample-and-Hold-Rek.	-	10.140	8.561	10.040	8.945	0.996	-4.293
A.2.3.29	A.2.3.30	100.8	lineare Rek.	-	10.150	7.973	10.040	8.945	1.096	-10.866
A.2.3.31	A.2.3.32	100.6	Zeitdehnungsrek.	-	10.150	8.355	10.040	8.945	1.096	-6.596
A.2.3.33	A.2.3.34	10.1	direkt, Aufenthaltszeitw.	-	10.930	8.111	10.040	8.945	8.865	-9.324
A.2.3.35	A.2.3.36	10.1	Sample-and-Hold-Rek.	-	10.520	8.048	10.040	8.945	4.781	-10.028
A.2.3.37	A.2.3.38	9.9	lineare Rek.	-	10.570	5.866	10.040	8.945	5.279	-34.421
A.2.3.39	A.2.3.40	9.9	Zeitdehnungsrek.	-	10.480	7.318	10.040	8.945	4.382	-18.189
A.2.3.41	A.2.3.42	1.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	-	10.680	7.390	10.040	8.945	6.375	-17.384
A.2.3.43	A.2.3.44	1.0	Sample-and-Hold-Rek.	-	10.810	7.251	10.040	8.945	7.669	-18.938
A.2.3.45	A.2.3.46	1.0	lineare Rek.	-	10.750	4.468	10.040	8.945	7.072	-50.050
A.2.3.47	A.2.3.48	1.0	Zeitdehnungsrek.	-	10.760	6.707	10.040	8.945	7.171	-25.020

Strömungssimulation: Dimension: 1D
Integralzeitmaß: 0.1s
Turbulenzgrad: 100%

Abbildung Korrelation	Spektrum	Meßvolu- menrate [Hz]	Analyse	Parameter	Schätzung		Referenz		Fehler	
					Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [%]	Varianz [%]
A.2.3.49	A.2.3.50	100.1	direkt, Aufenthaltszeitw.	-	15.640	106.700	10.020	97.550	56.088	9.380
A.2.3.51	A.2.3.52	100.3	Sample-and-Hold-Rek.	-	10.730	100.300	10.020	97.550	7.086	2.819
A.2.3.53	A.2.3.54	99.8	lineare Rek.	-	10.790	91.870	10.020	97.550	7.685	-5.823
A.2.3.55	A.2.3.56	100.0	Zeitdehnungsrek.	-	10.820	95.590	10.020	97.550	7.984	-2.009
A.2.3.57	A.2.3.58	10.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	-	15.780	104.200	10.020	97.550	57.485	6.817
A.2.3.59	A.2.3.60	10.0	Sample-and-Hold-Rek.	-	13.100	101.600	10.020	97.550	30.739	4.152
A.2.3.61	A.2.3.62	10.0	lineare Rek.	-	13.200	76.120	10.020	97.550	31.737	-21.968
A.2.3.63	A.2.3.64	10.1	Zeitdehnungsrek.	-	13.070	92.140	10.020	97.550	30.439	-5.546
A.2.3.65	A.2.3.66	1.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	-	15.820	106.500	10.020	97.550	57.884	9.175
A.2.3.67	A.2.3.68	1.0	Sample-and-Hold-Rek.	-	15.490	85.050	10.020	97.550	54.591	-12.814
A.2.3.69	A.2.3.70	1.1	lineare Rek.	-	15.480	50.750	10.020	97.550	54.491	-47.975
A.2.3.71	A.2.3.72	1.0	Zeitdehnungsrek.	-	14.620	81.080	10.020	97.550	45.908	-16.884

Strömungssimulation: Dimension: 3D
Integralzeitmaß: 0.1s
Turbulenzgrad: 10%

Abbildung Korrelation	Spektrum	Meßvolu- menrate [Hz]	Analyse	Parameter	Schätzung		Referenz		Fehler	
					Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [%]	Varianz [%]
A.2.3.73	A.2.3.74	100.3	direkt, Aufenthaltszeitw.	-	10.100	0.960	10.010	0.978	0.899	-1.861
A.2.3.75	A.2.3.76	100.1	Sample-and-Hold-Rek.	-	10.020	0.978	10.010	0.978	0.100	-0.010
A.2.3.77	A.2.3.78	100.5	lineare Rek.	-	10.020	0.916	10.010	0.978	0.100	-6.389
A.2.3.79	A.2.3.80	99.6	Zeitdehnungsrek.	-	10.020	0.961	10.010	0.978	0.100	-1.799
A.2.3.81	A.2.3.82	10.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	-	10.100	0.959	10.010	0.978	0.899	-2.004
A.2.3.83	A.2.3.84	10.0	Sample-and-Hold-Rek.	-	10.070	0.926	10.010	0.978	0.599	-5.306
A.2.3.85	A.2.3.86	10.0	lineare Rek.	-	10.060	0.720	10.010	0.978	0.500	-26.365
A.2.3.87	A.2.3.88	10.1	Zeitdehnungsrek.	-	10.060	0.885	10.010	0.978	0.500	-9.487
A.2.3.89	A.2.3.90	1.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	-	10.070	1.026	10.010	0.978	0.599	4.887
A.2.3.91	A.2.3.92	1.0	Sample-and-Hold-Rek.	-	10.120	0.843	10.010	0.978	1.099	-13.832
A.2.3.93	A.2.3.94	1.0	lineare Rek.	-	10.040	0.483	10.010	0.978	0.300	-50.654
A.2.3.95	A.2.3.96	1.0	Zeitdehnungsrek.	-	10.100	0.830	10.010	0.978	0.899	-15.140

Abbildung A.2.3.1

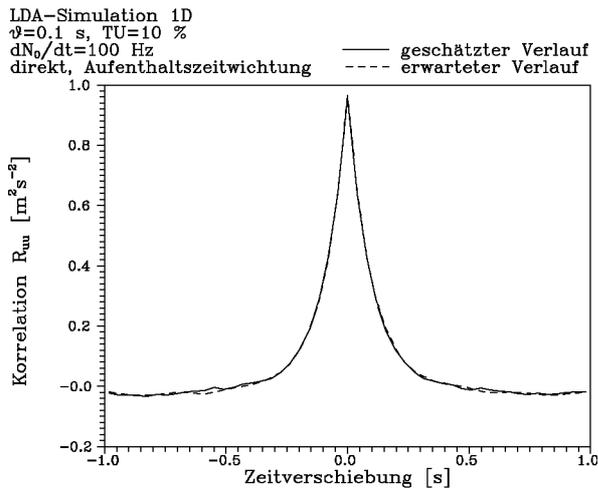


Abbildung A.2.3.2

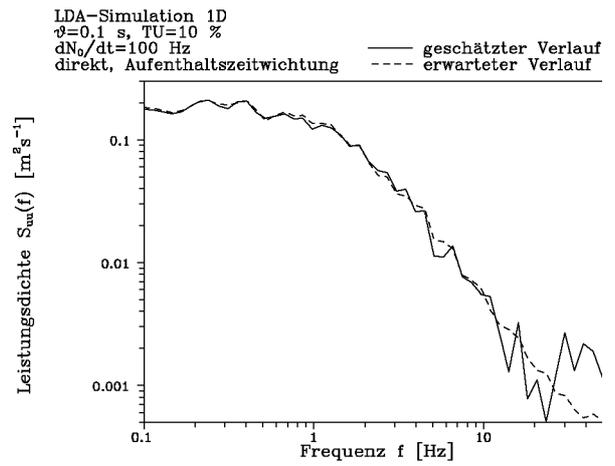


Abbildung A.2.3.3

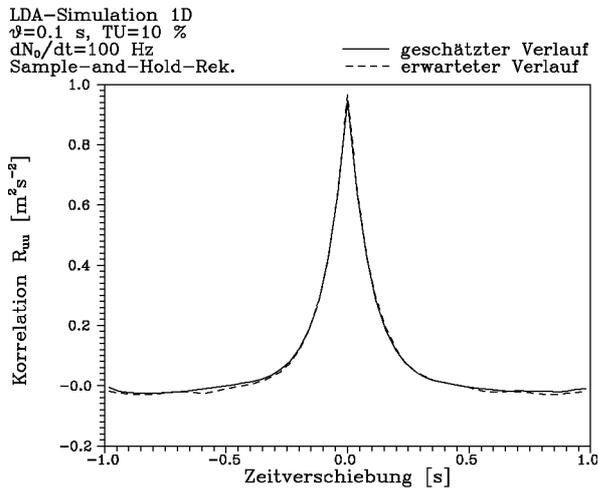


Abbildung A.2.3.4

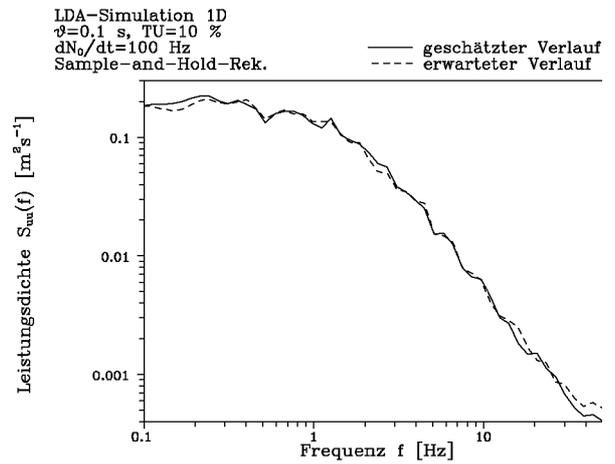


Abbildung A.2.3.5

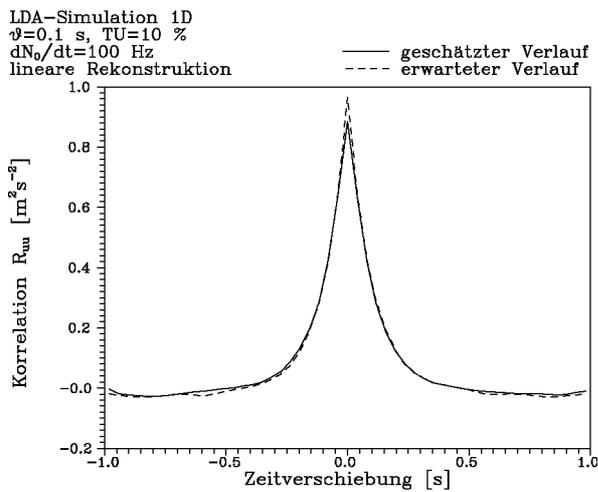


Abbildung A.2.3.6

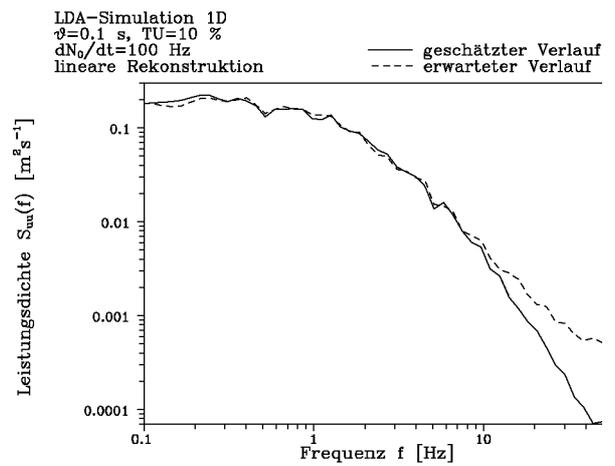


Abbildung A.2.3.7

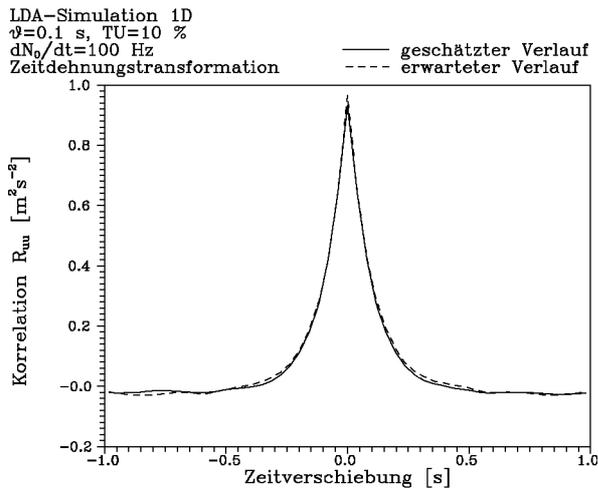


Abbildung A.2.3.8

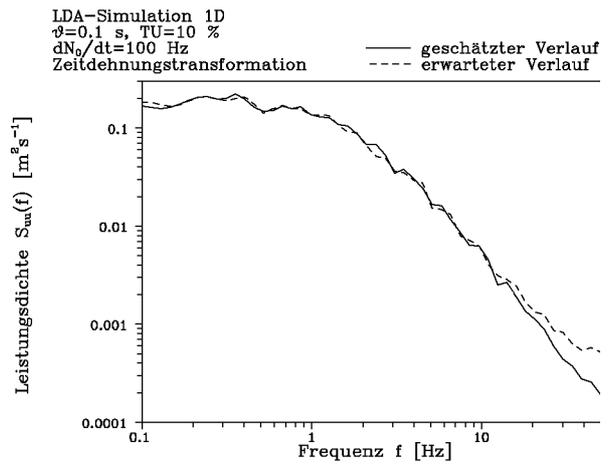


Abbildung A.2.3.9

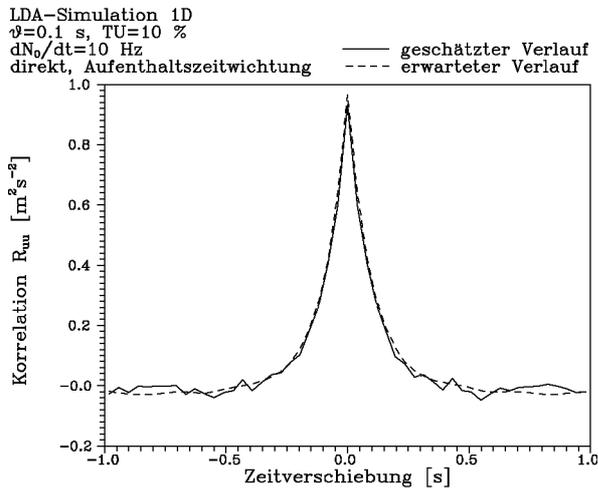


Abbildung A.2.3.10

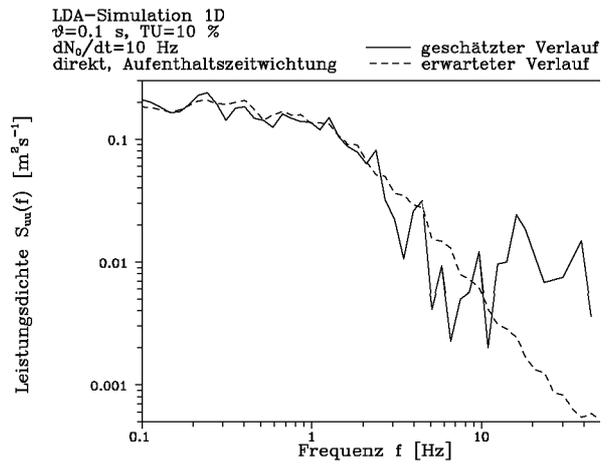


Abbildung A.2.3.11

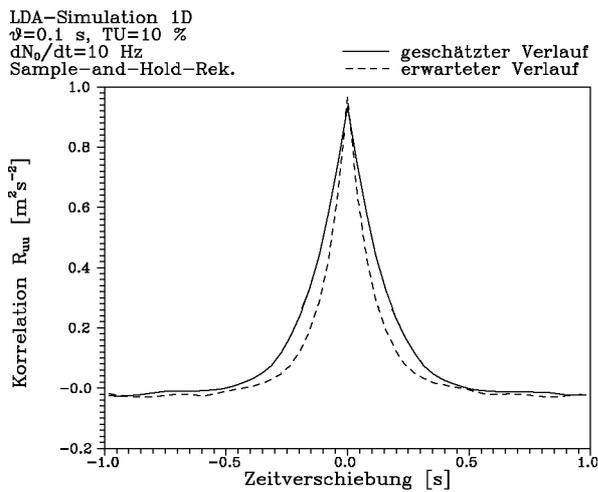


Abbildung A.2.3.12

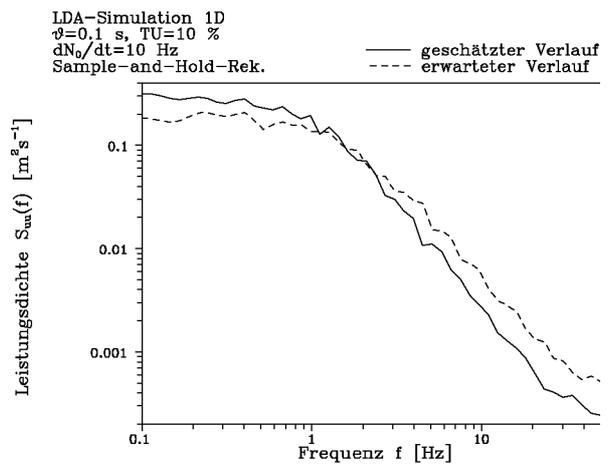


Abbildung A.2.3.13

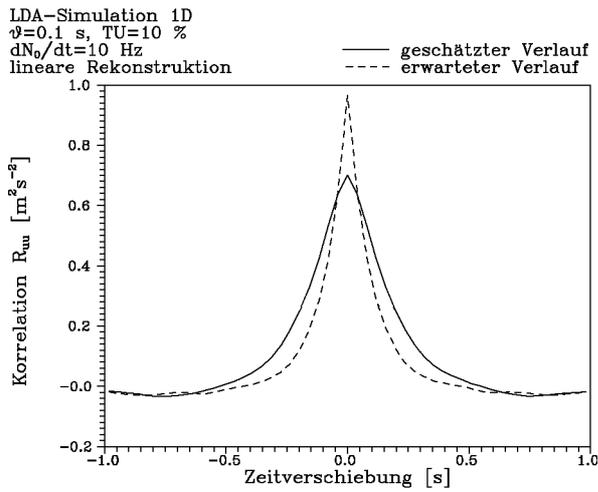


Abbildung A.2.3.14

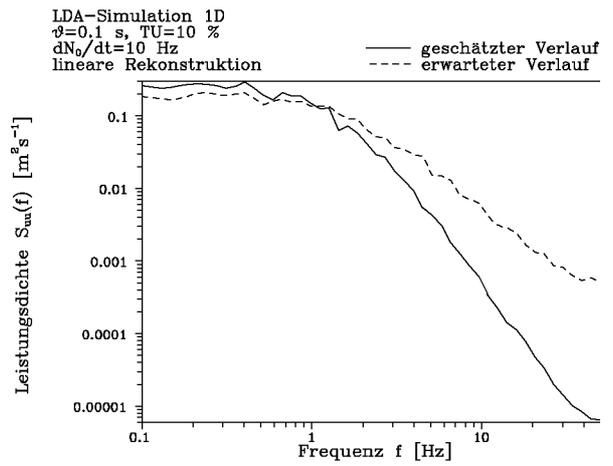


Abbildung A.2.3.15

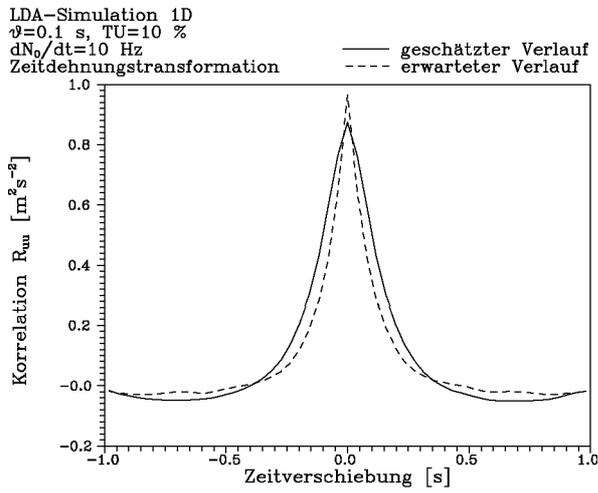


Abbildung A.2.3.16

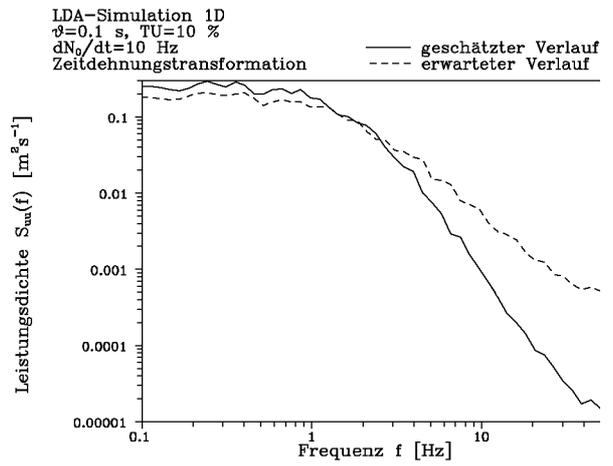


Abbildung A.2.3.17

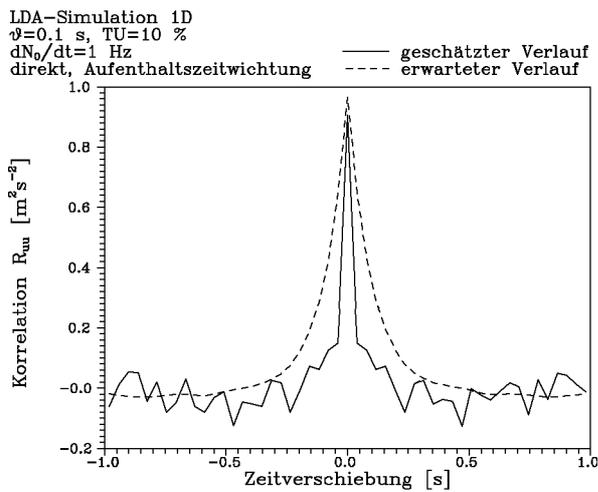


Abbildung A.2.3.18

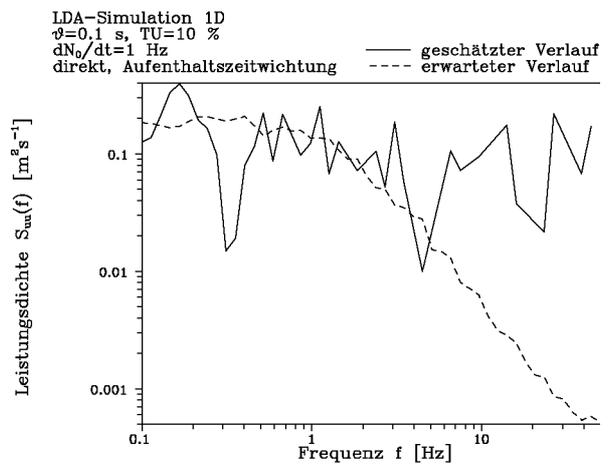


Abbildung A.2.3.19

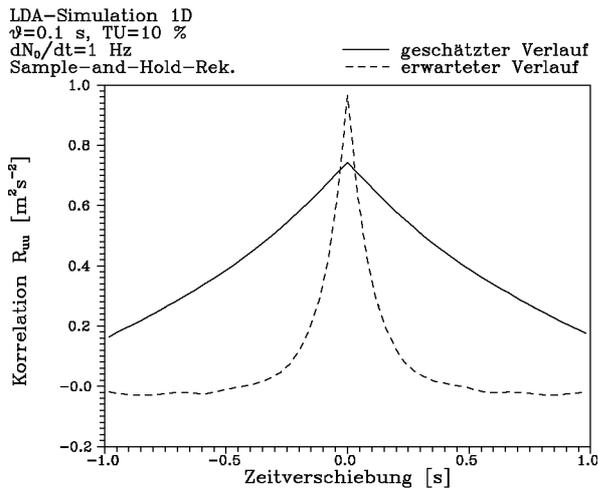


Abbildung A.2.3.20

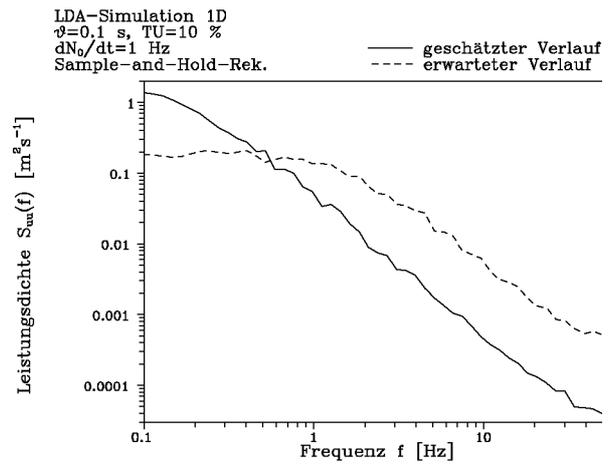


Abbildung A.2.3.21

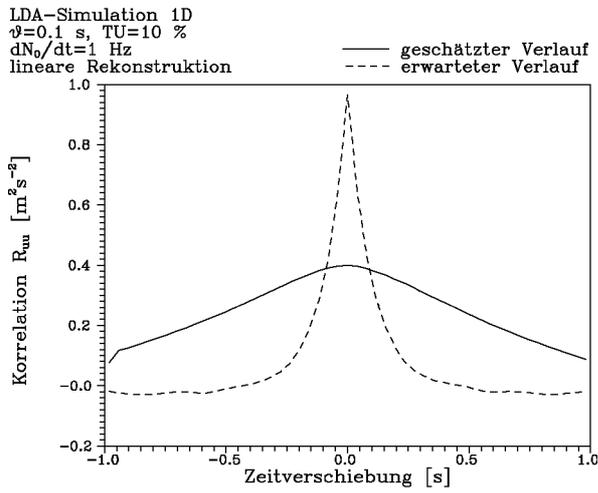


Abbildung A.2.3.22

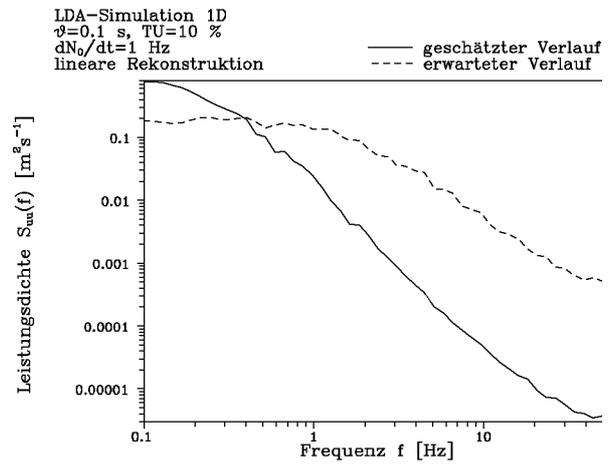


Abbildung A.2.3.23

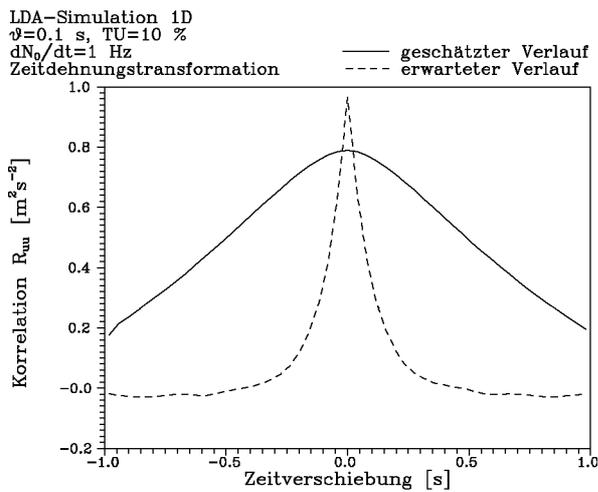


Abbildung A.2.3.24

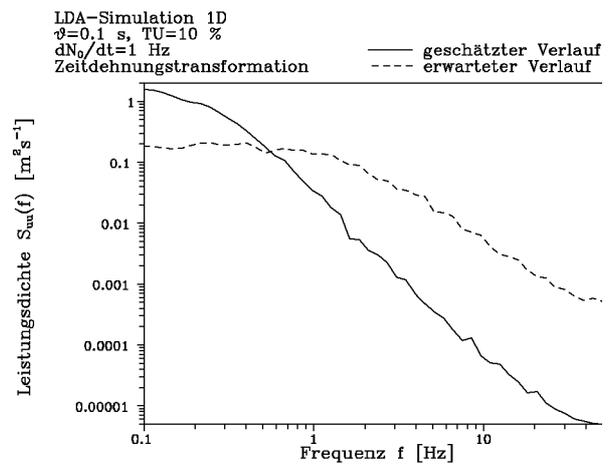


Abbildung A.2.3.25

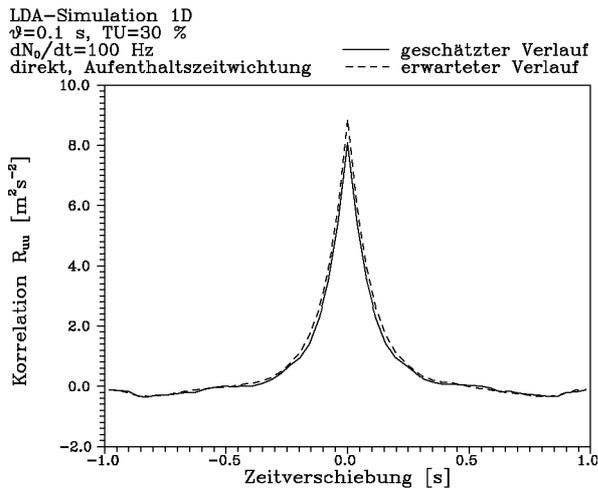


Abbildung A.2.3.26

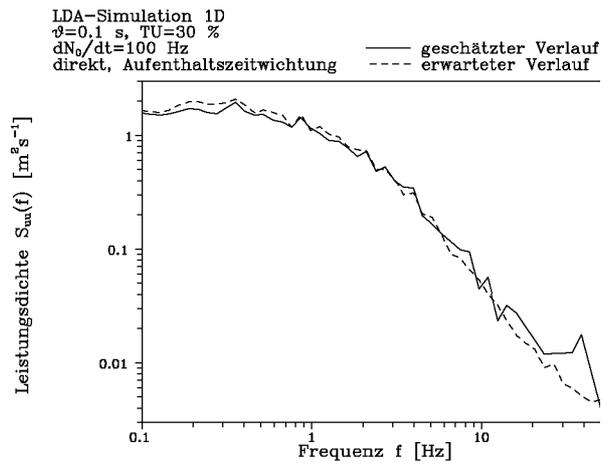


Abbildung A.2.3.27

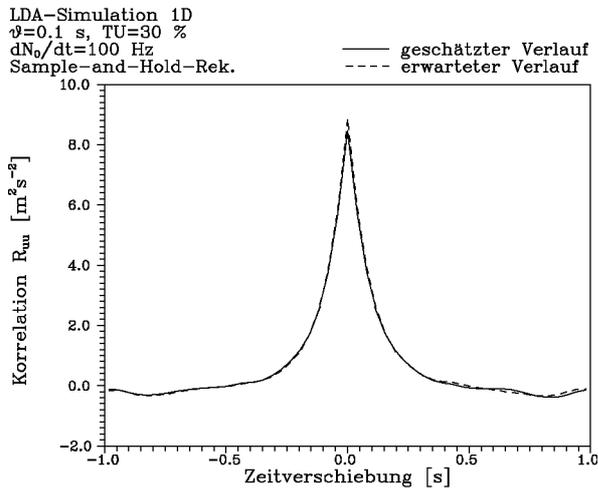


Abbildung A.2.3.28

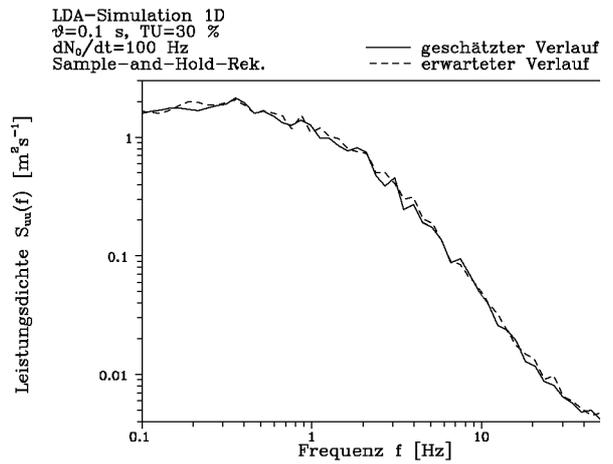


Abbildung A.2.3.29

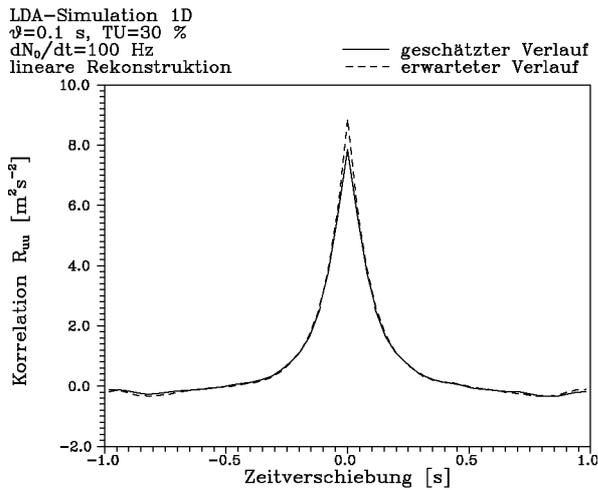


Abbildung A.2.3.30

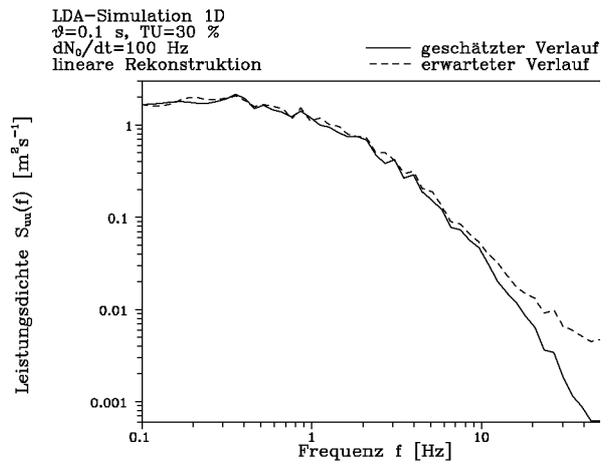


Abbildung A.2.3.31

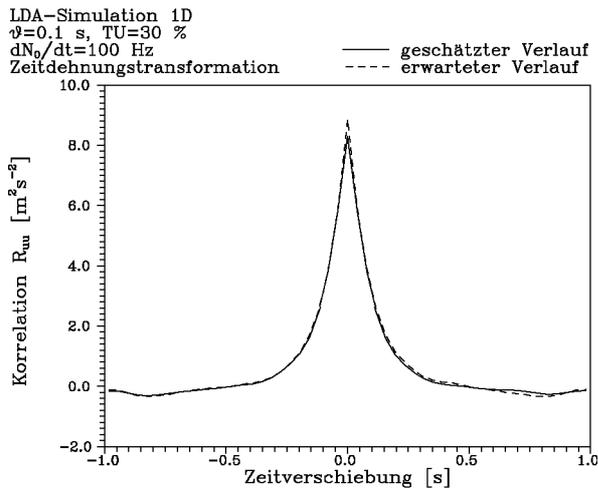


Abbildung A.2.3.32

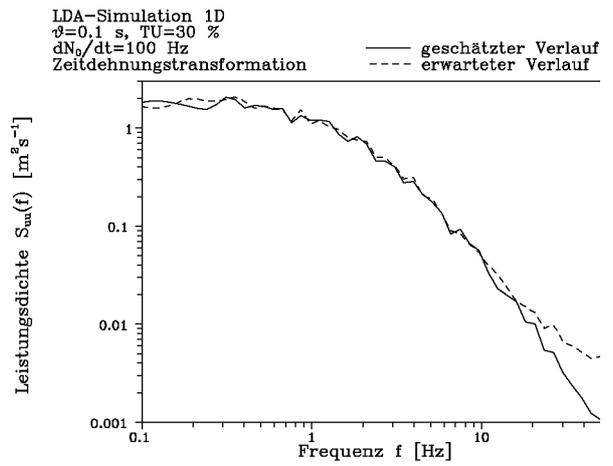


Abbildung A.2.3.33

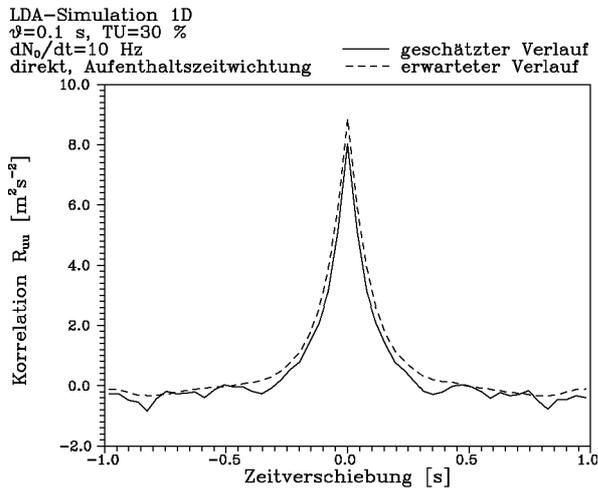


Abbildung A.2.3.34

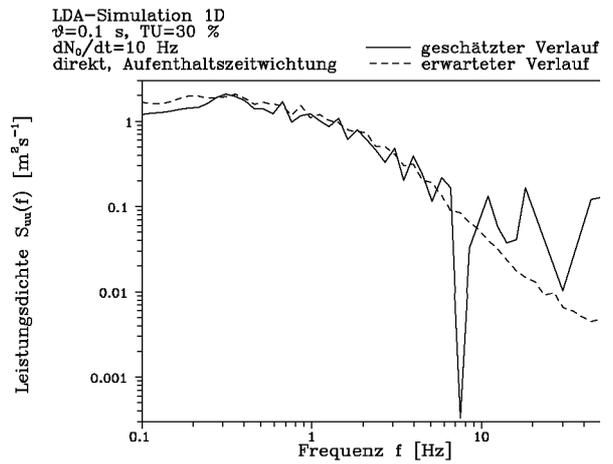


Abbildung A.2.3.35

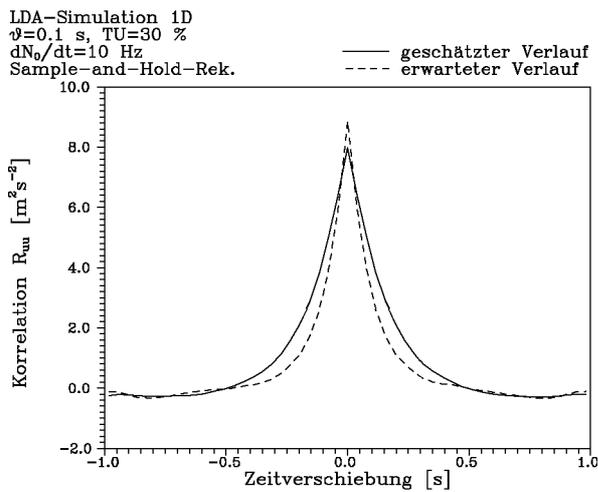


Abbildung A.2.3.36

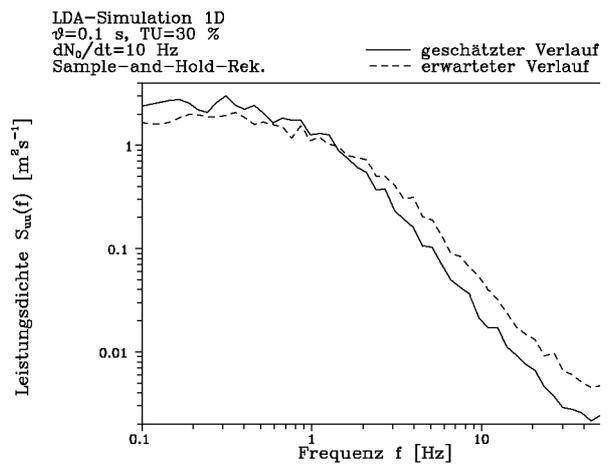


Abbildung A.2.3.37

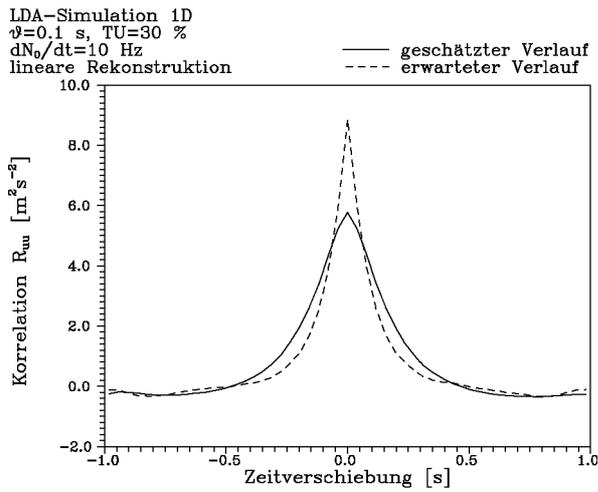


Abbildung A.2.3.38

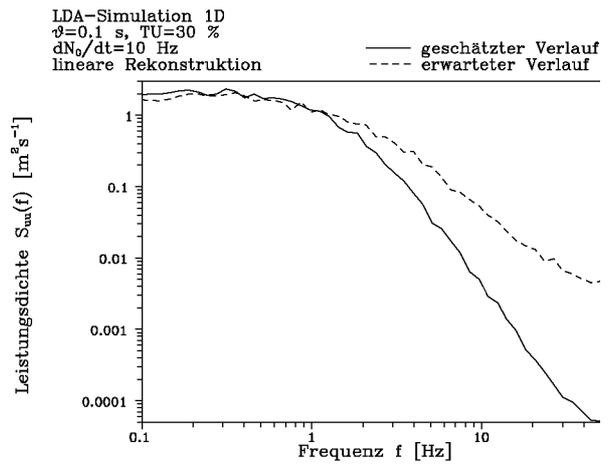


Abbildung A.2.3.39

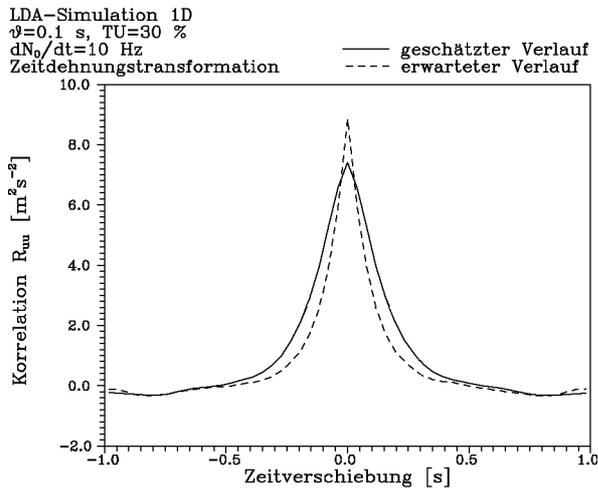


Abbildung A.2.3.40

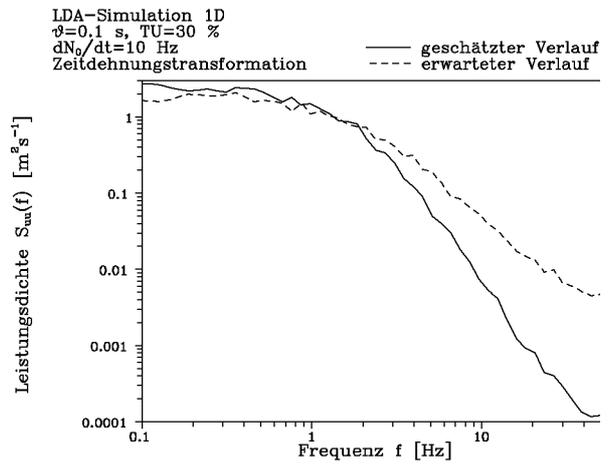


Abbildung A.2.3.41

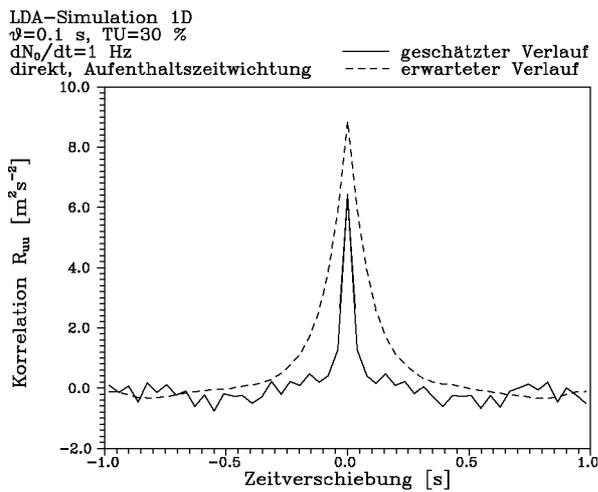


Abbildung A.2.3.42

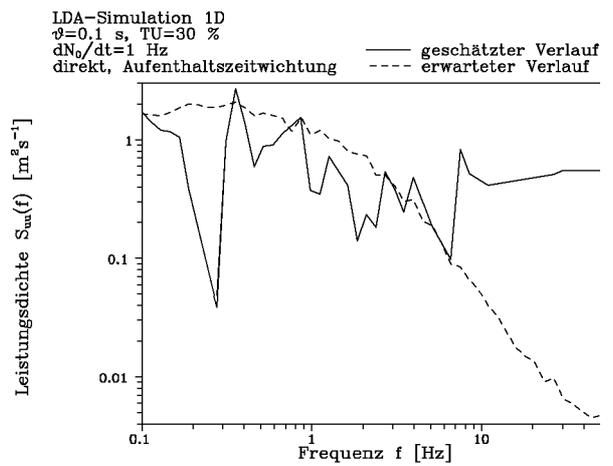


Abbildung A.2.3.43

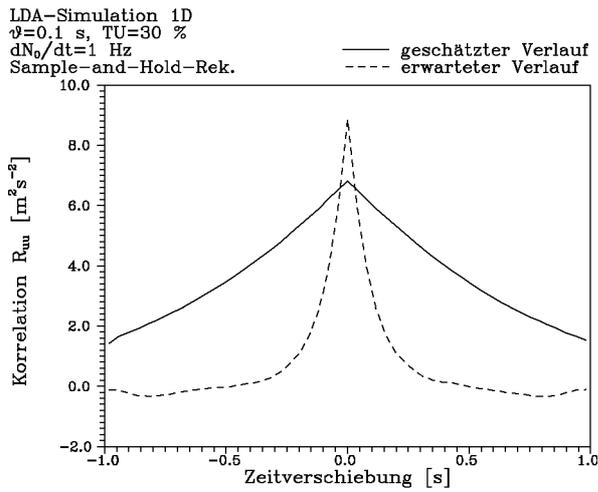


Abbildung A.2.3.44

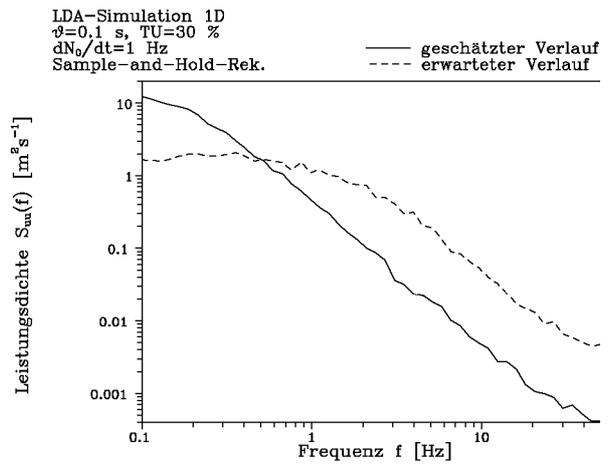


Abbildung A.2.3.45

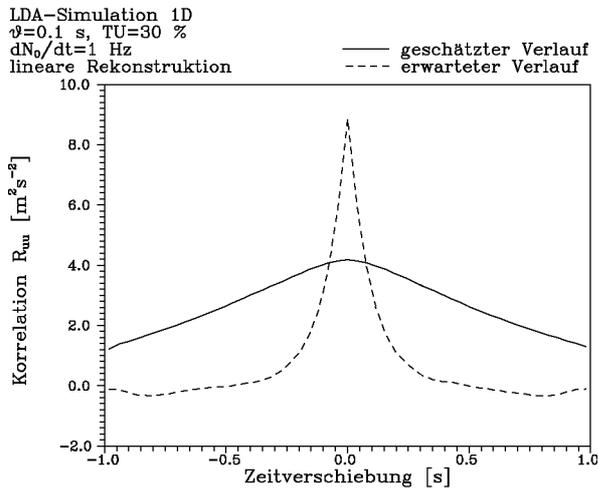


Abbildung A.2.3.46

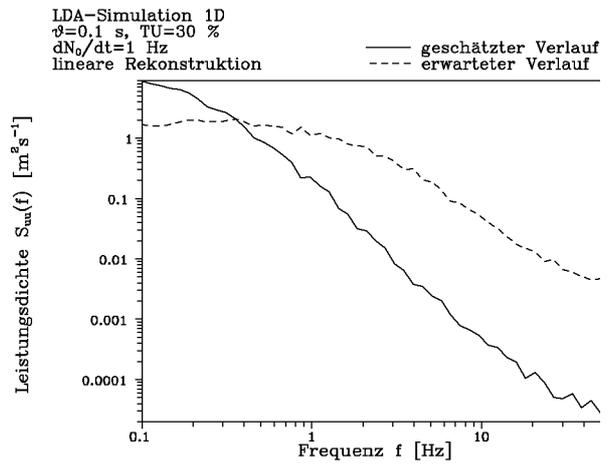


Abbildung A.2.3.47

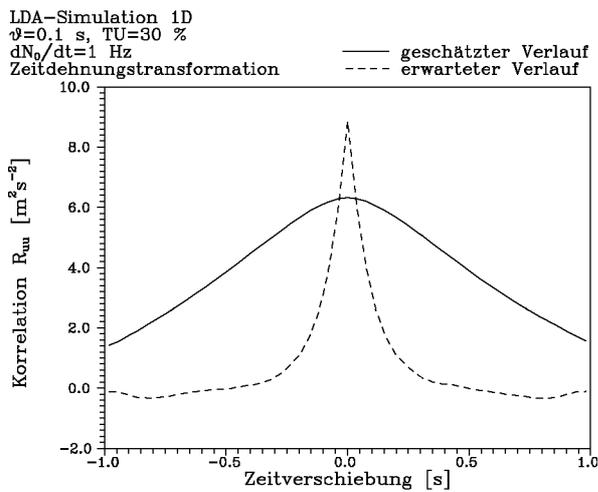


Abbildung A.2.3.48

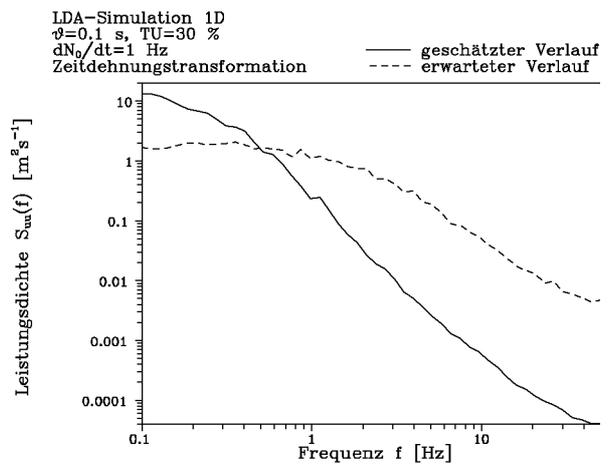


Abbildung A.2.3.49

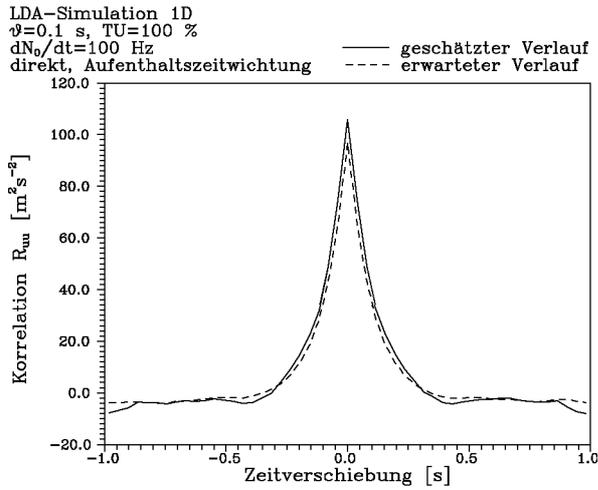


Abbildung A.2.3.50

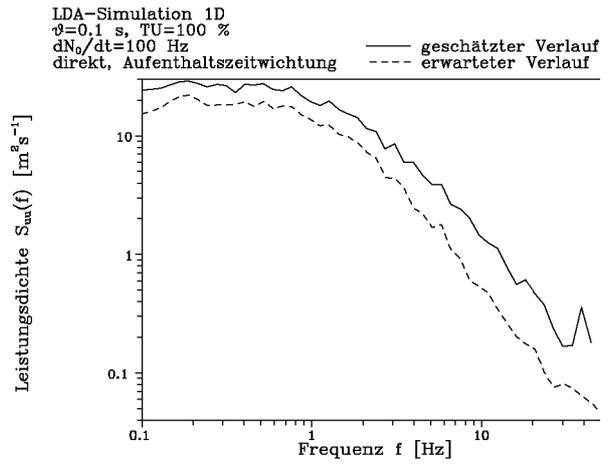


Abbildung A.2.3.51

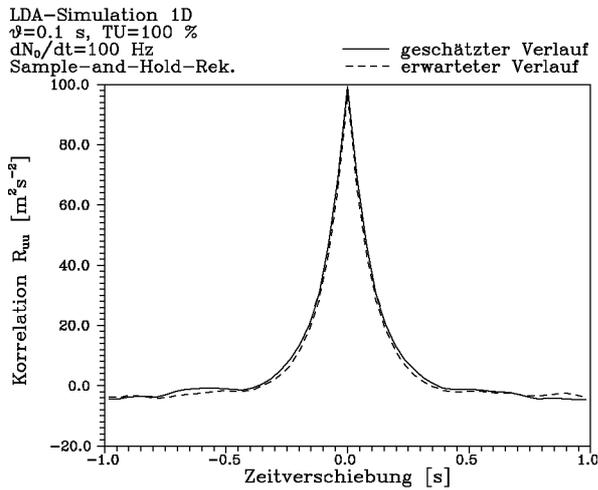


Abbildung A.2.3.52

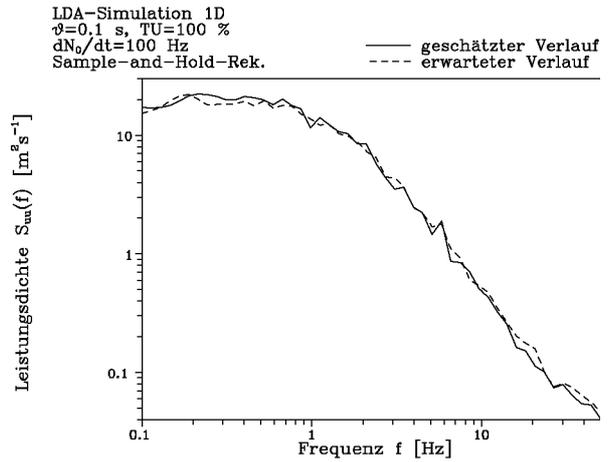


Abbildung A.2.3.53

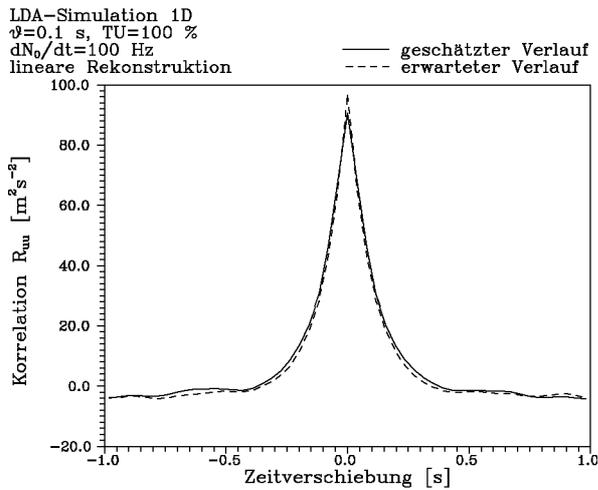


Abbildung A.2.3.54

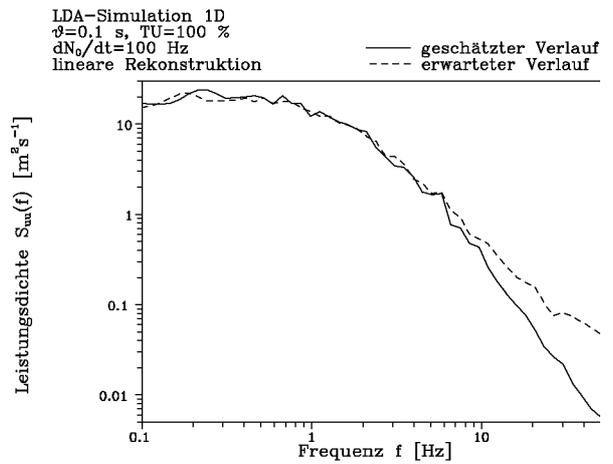


Abbildung A.2.3.55

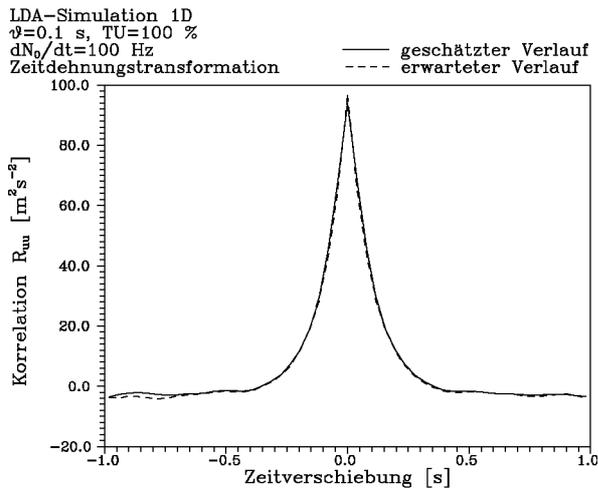


Abbildung A.2.3.56

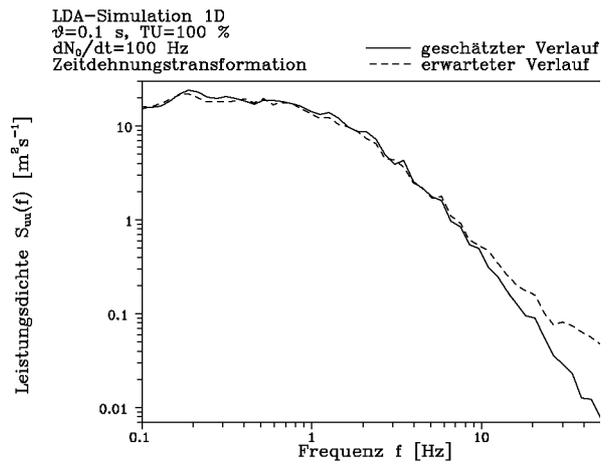


Abbildung A.2.3.57

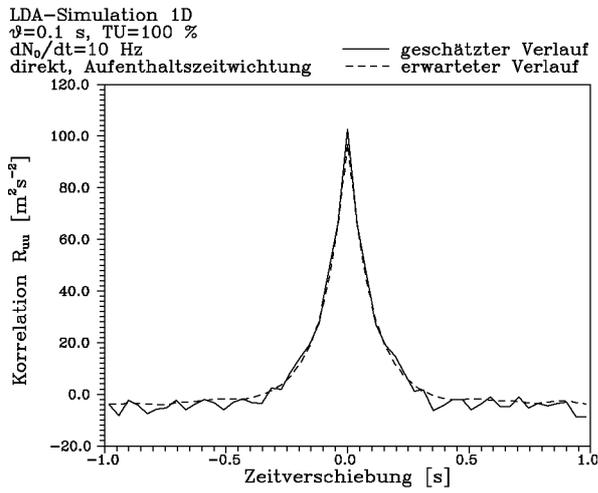


Abbildung A.2.3.58

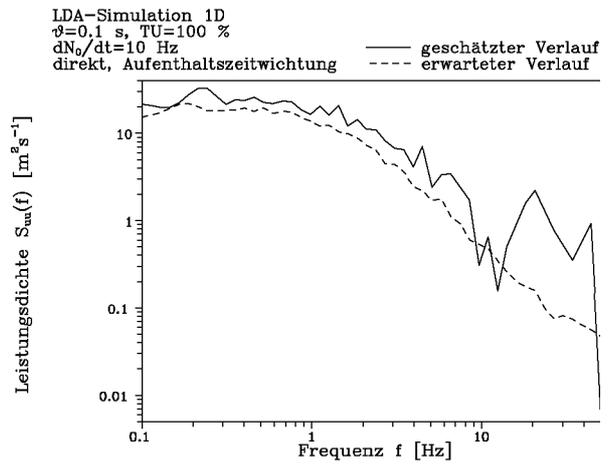


Abbildung A.2.3.59

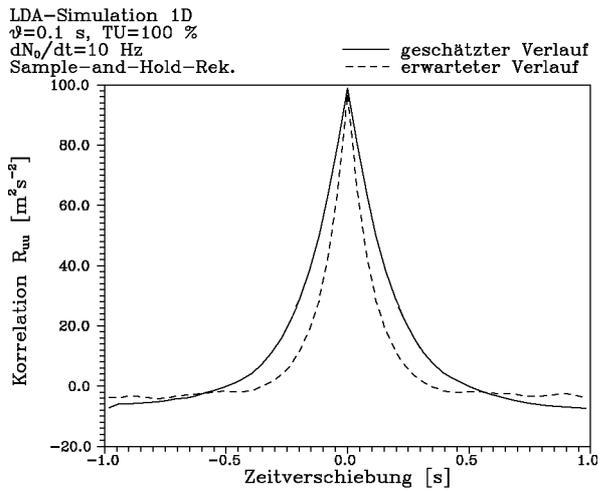


Abbildung A.2.3.60

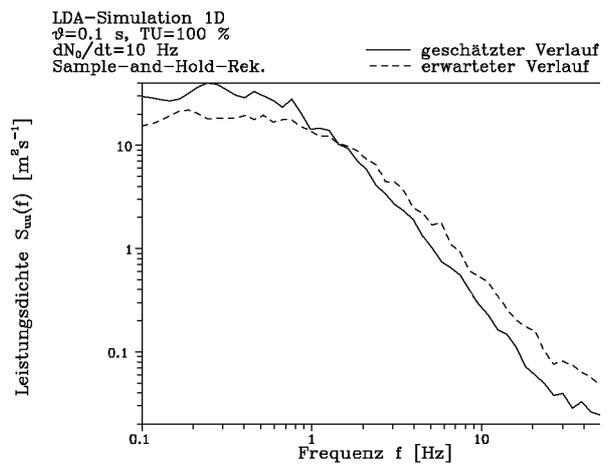


Abbildung A.2.3.61

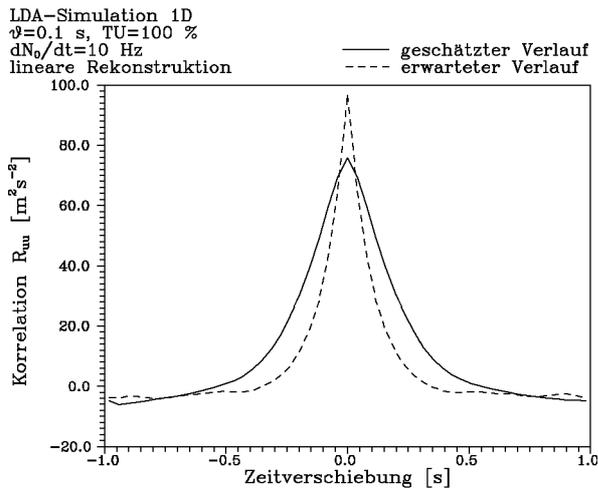


Abbildung A.2.3.62

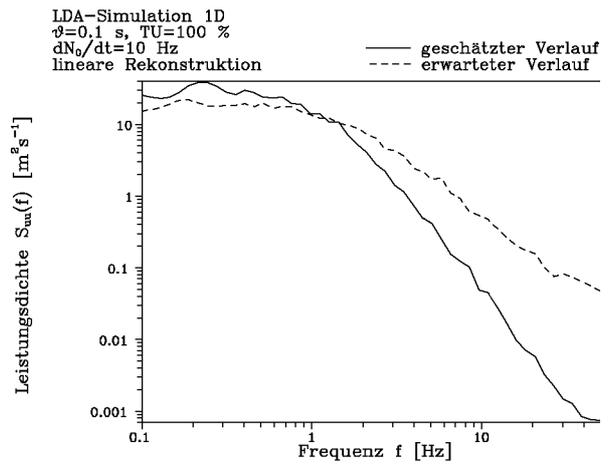


Abbildung A.2.3.63

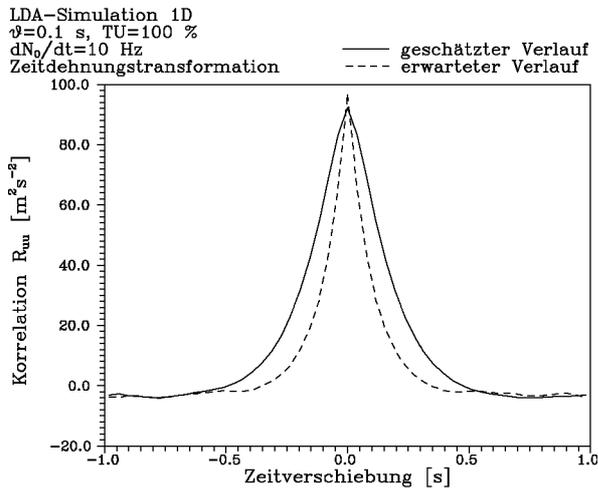


Abbildung A.2.3.64

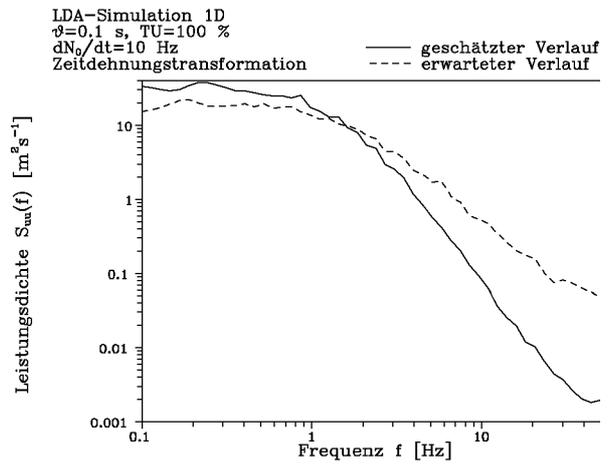


Abbildung A.2.3.65

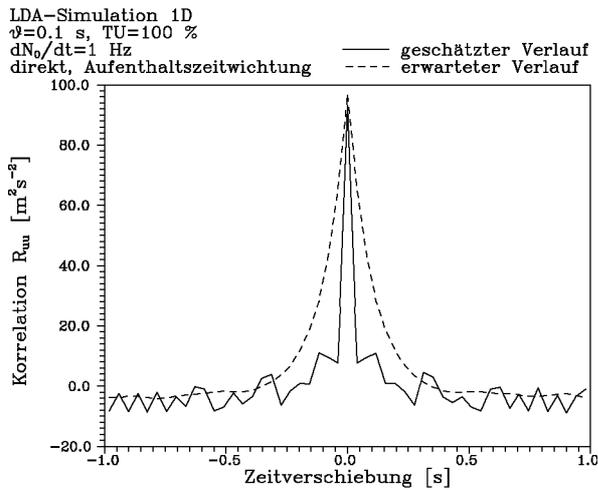


Abbildung A.2.3.66

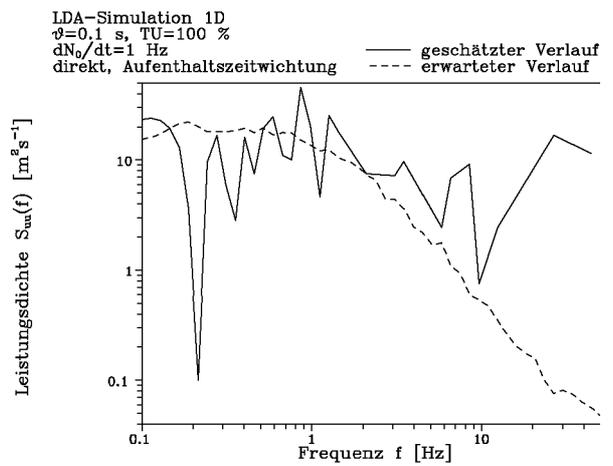


Abbildung A.2.3.67

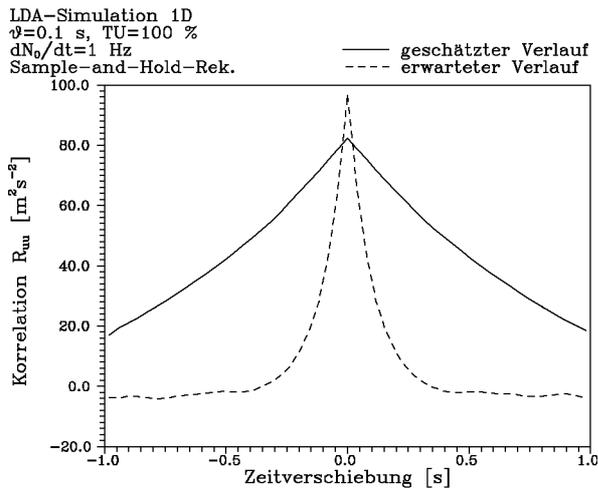


Abbildung A.2.3.68

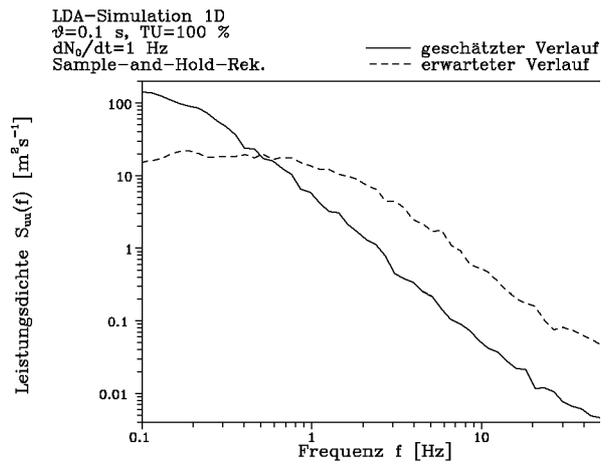


Abbildung A.2.3.69

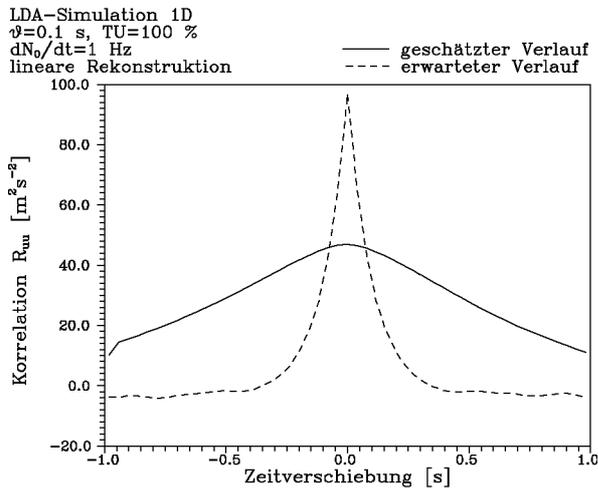


Abbildung A.2.3.70

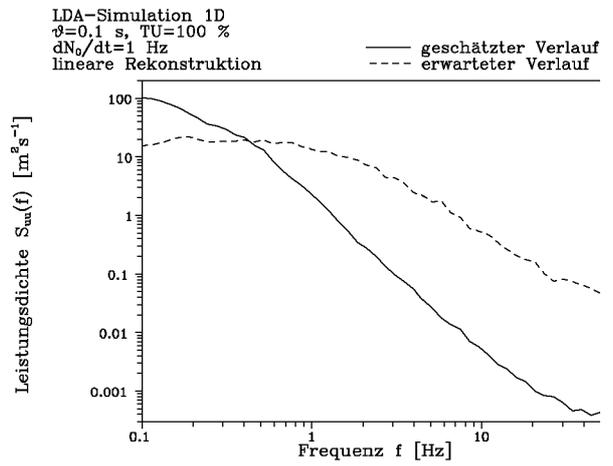


Abbildung A.2.3.71

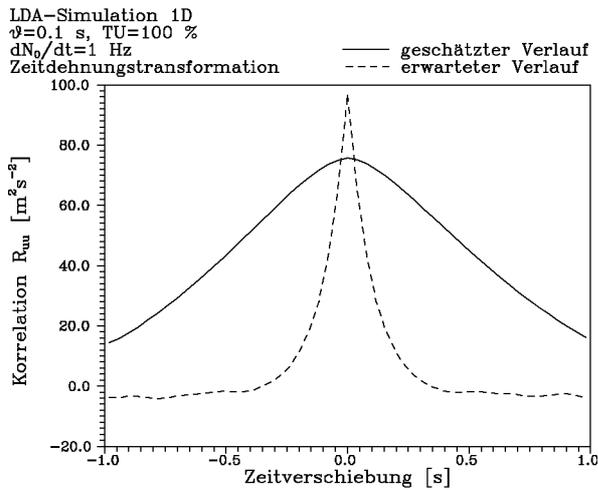


Abbildung A.2.3.72

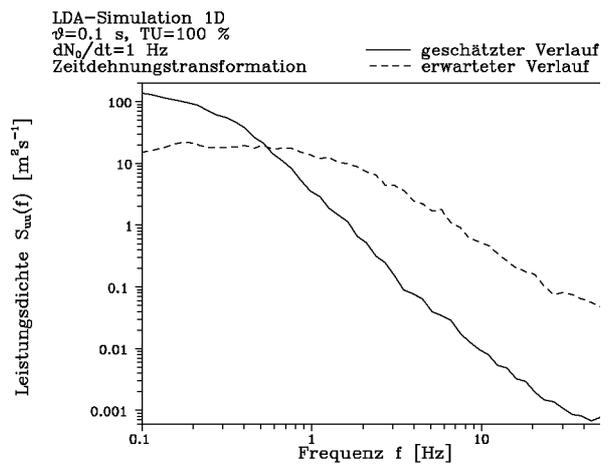


Abbildung A.2.3.73

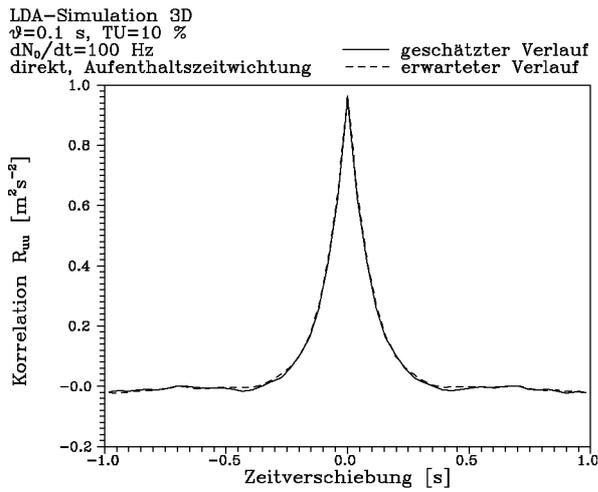


Abbildung A.2.3.74

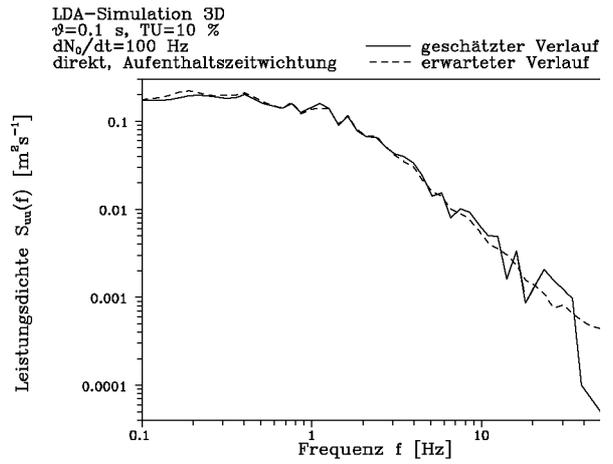


Abbildung A.2.3.75

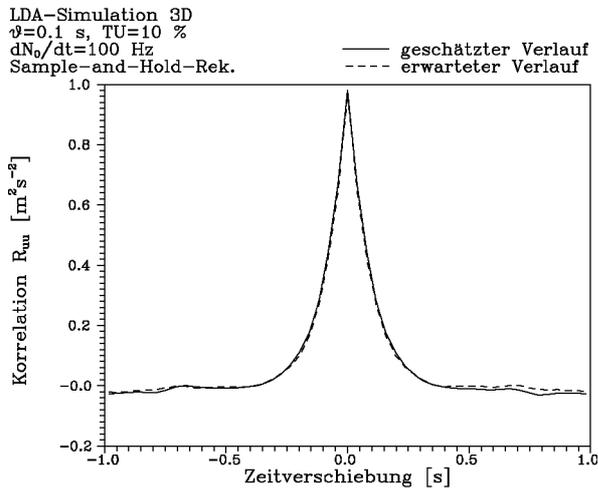


Abbildung A.2.3.76

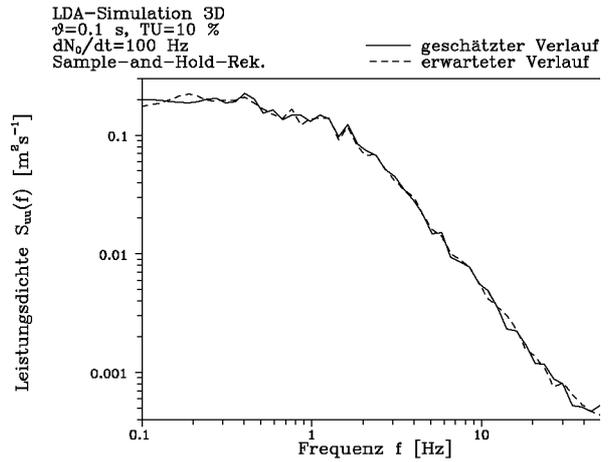


Abbildung A.2.3.77

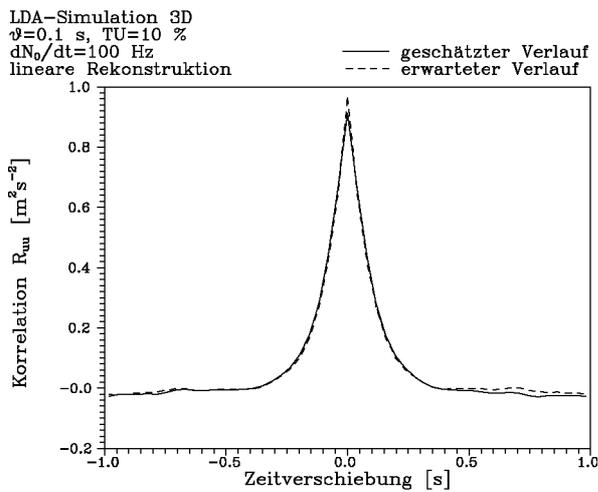


Abbildung A.2.3.78

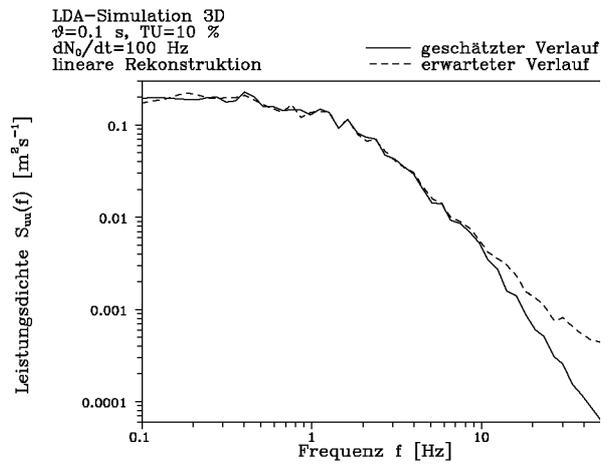


Abbildung A.2.3.79

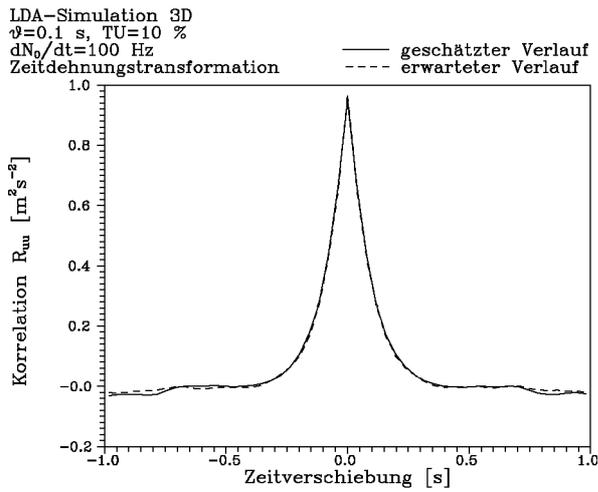


Abbildung A.2.3.80

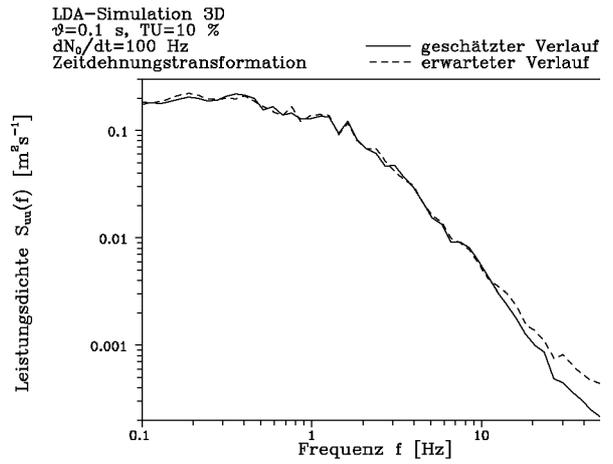


Abbildung A.2.3.81

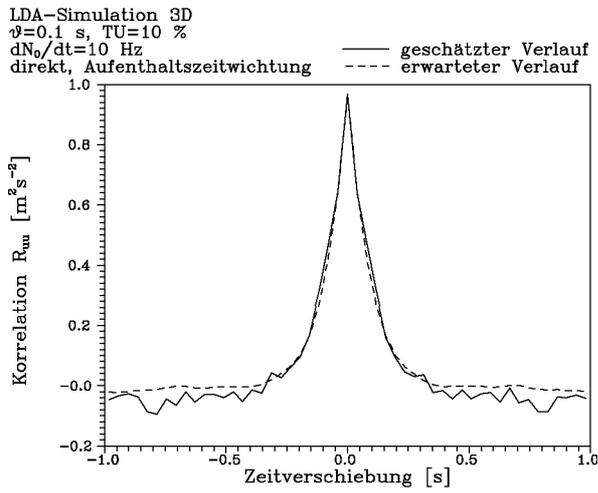


Abbildung A.2.3.82

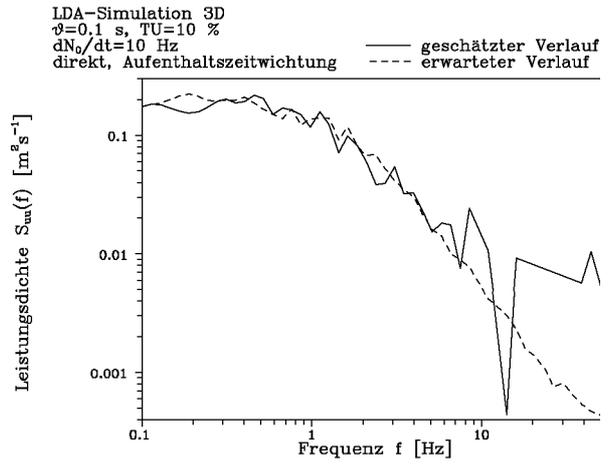


Abbildung A.2.3.83

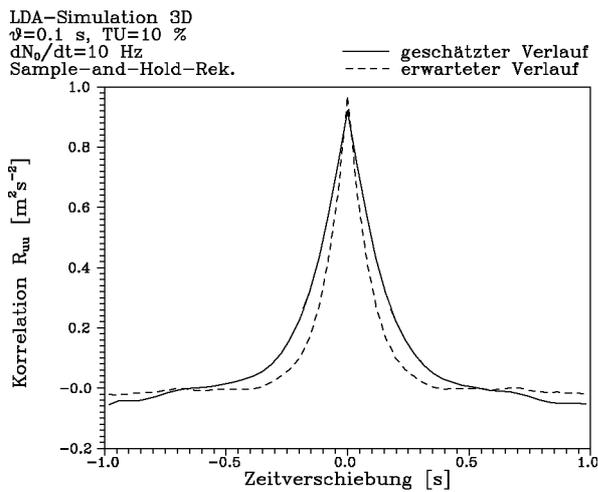


Abbildung A.2.3.84

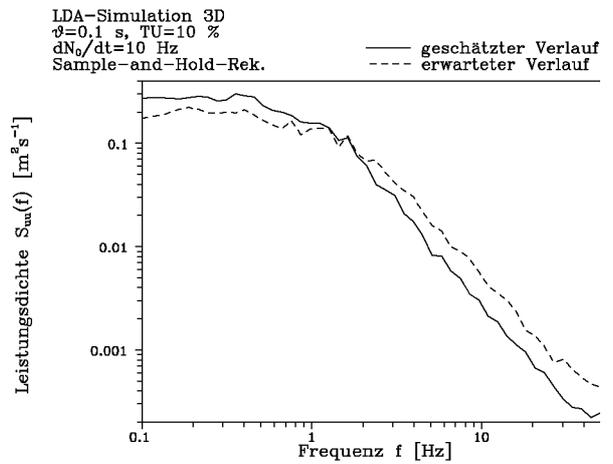


Abbildung A.2.3.85

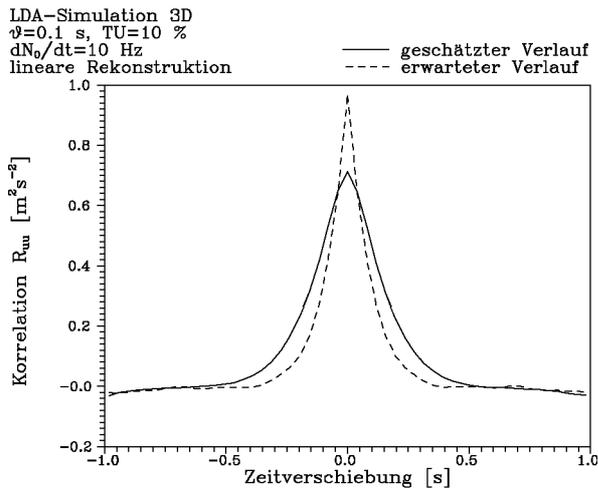


Abbildung A.2.3.86

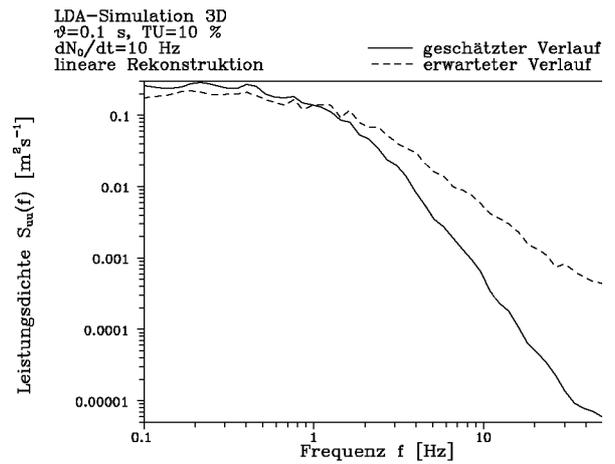


Abbildung A.2.3.87

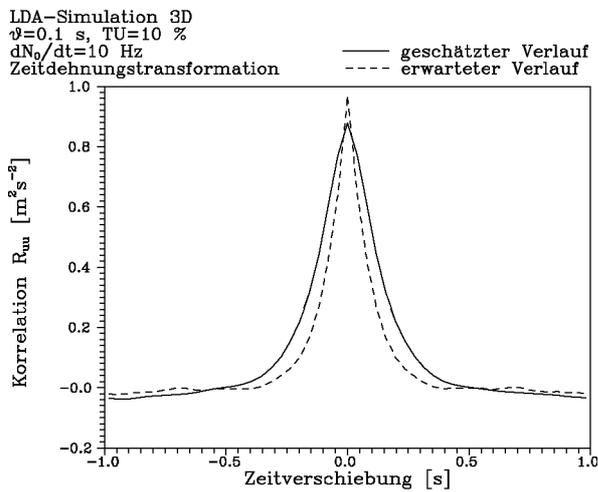


Abbildung A.2.3.88

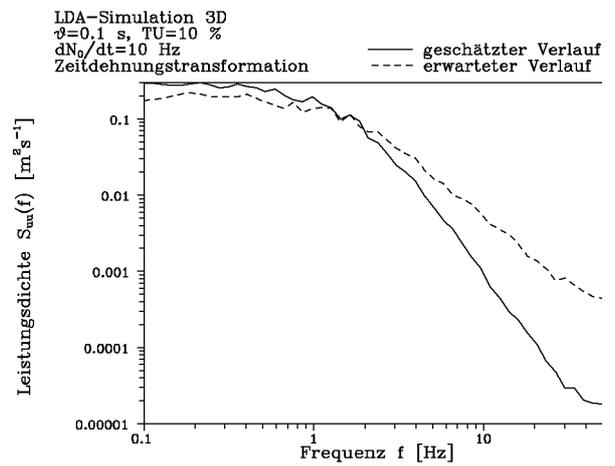


Abbildung A.2.3.89

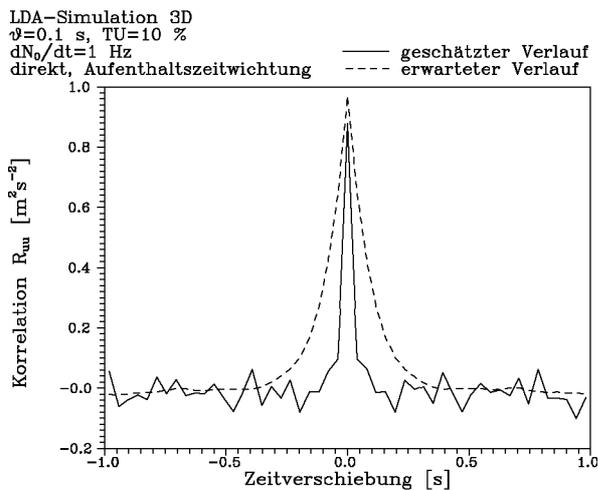


Abbildung A.2.3.90

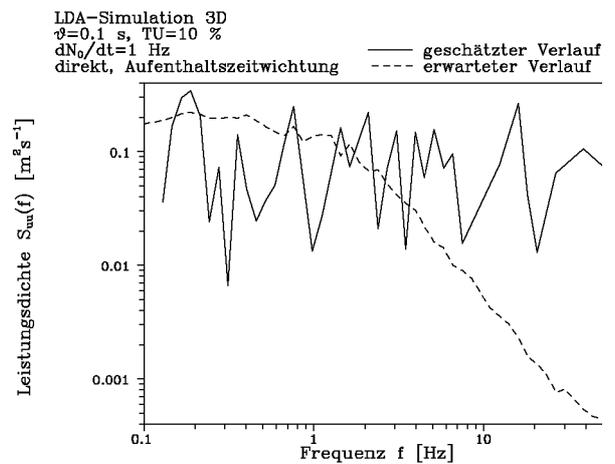


Abbildung A.2.3.91

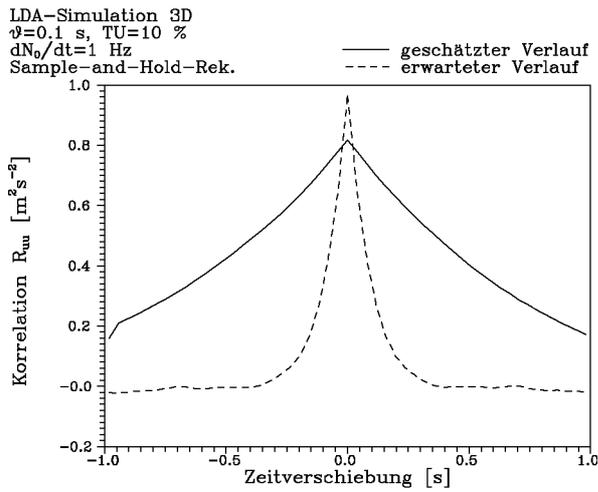


Abbildung A.2.3.92

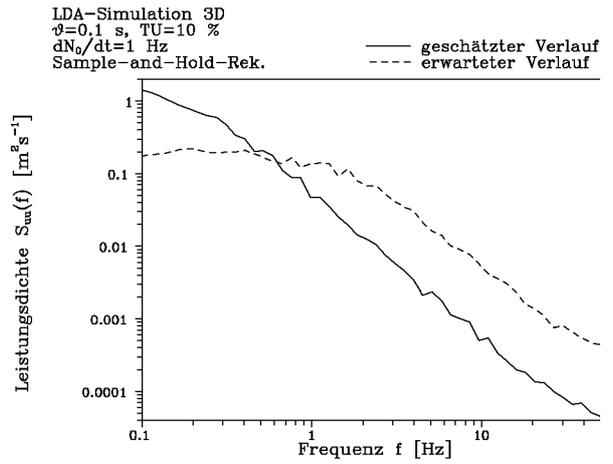


Abbildung A.2.3.93

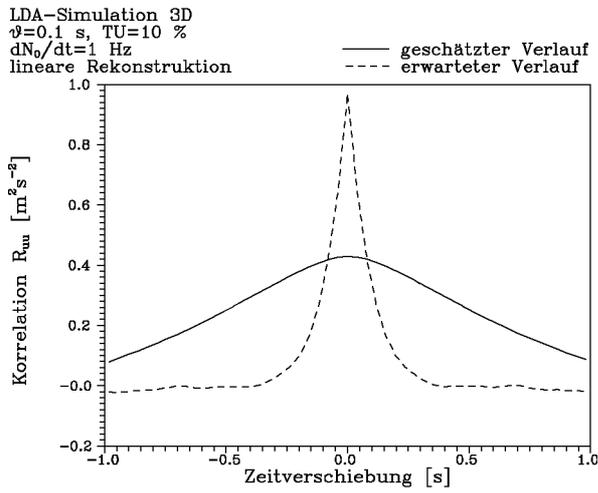


Abbildung A.2.3.94

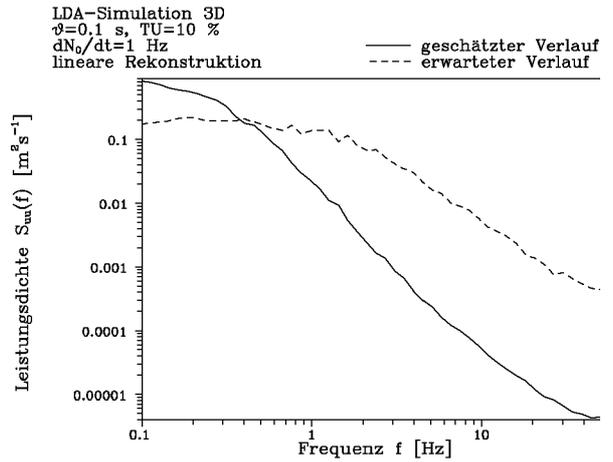


Abbildung A.2.3.95

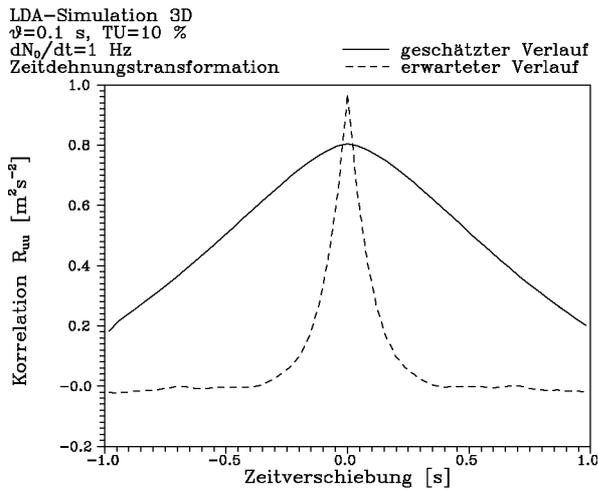
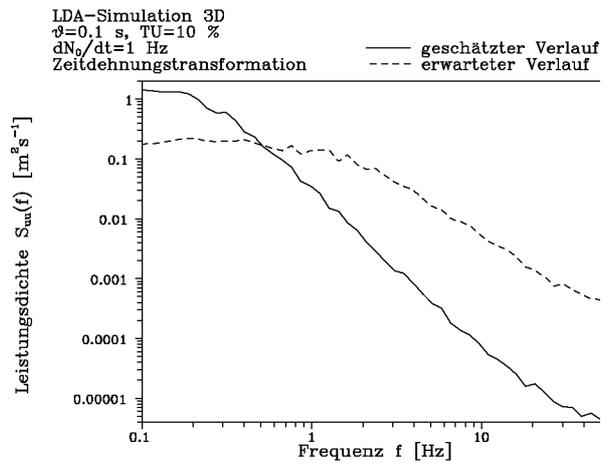


Abbildung A.2.3.96



A.2.4 Weißes Rauschen als simulierte Strömung

Strömungssimulation: weißes Rauschen
Turbulenzgrad: 10%

Abbildung		Meßvolumenrate [Hz]	Analyse	Parameter	Schätzung		Referenz		Fehler	
Korrelation	Spektrum				Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [%]	Varianz [%]
A.2.4.1	A.2.4.2	99.5	direkt, Aufenthaltszeitw.	-	10.100	0.986	9.998	1.005	1.020	-1.900
A.2.4.3	A.2.4.4	100.1	Sample-and-Hold-Rek.	-	10.060	1.005	9.998	1.005	0.620	0.000
A.2.4.5	A.2.4.6	100.0	lineare Rek.	-	10.060	0.663	9.998	1.005	0.620	-34.040
A.2.4.7	A.2.4.8	100.3	Zeitdehnungsrek.	-	10.060	0.833	9.998	1.005	0.620	-17.144
A.2.4.9	A.2.4.10	100.2	fraktale Rek. (konst. Dim.)	$d_n = 0.4$	10.060	1.083	9.998	1.005	0.620	7.761
A.2.4.11	A.2.4.12	99.8	POCS	$B = 50$	10.060	1.006	9.998	1.005	0.620	0.100
A.2.4.13	A.2.4.14	9.9	direkt, Aufenthaltszeitw.	-	10.120	0.987	9.998	1.005	1.220	-1.801
A.2.4.15	A.2.4.16	10.0	Sample-and-Hold-Rek.	-	10.110	0.956	9.998	1.005	1.120	-4.866
A.2.4.17	A.2.4.18	10.1	lineare Rek.	-	10.100	0.639	9.998	1.005	1.020	-36.458
A.2.4.19	A.2.4.20	10.1	Zeitdehnungsrek.	-	10.100	0.945	9.998	1.005	1.020	-5.930
A.2.4.21	A.2.4.22	10.1	fraktale Rek. (konst. Dim.)	$d_n = 0.4$	10.120	1.012	9.998	1.005	1.220	0.697
A.2.4.23	A.2.4.24	9.9	POCS	$B = 5$	10.100	1.049	9.998	1.005	1.020	4.378
A.2.4.25	A.2.4.26	1.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	-	10.070	1.074	9.998	1.005	0.720	6.866
A.2.4.27	A.2.4.28	1.0	Sample-and-Hold-Rek.	-	10.120	0.827	9.998	1.005	1.220	-17.701
A.2.4.29	A.2.4.30	1.0	lineare Rek.	-	10.050	0.576	9.998	1.005	0.520	-42.667
A.2.4.31	A.2.4.32	1.0	Zeitdehnungsrek.	-	10.080	0.724	9.998	1.005	0.820	-27.960
A.2.4.33	A.2.4.34	1.0	fraktale Rek. (konst. Dim.)	$d_n = 0.4$	10.090	0.629	9.998	1.005	0.920	-37.373
A.2.4.35	A.2.4.36	1.0	POCS	$B = 0.5$	10.130	0.974	9.998	1.005	1.320	-3.065

Abbildung A.2.4.1

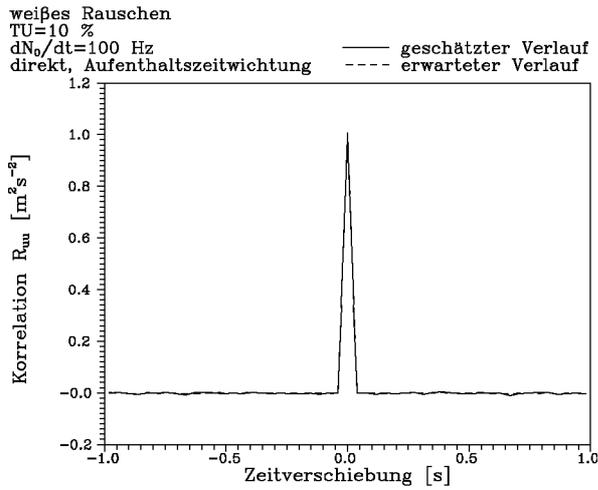


Abbildung A.2.4.2

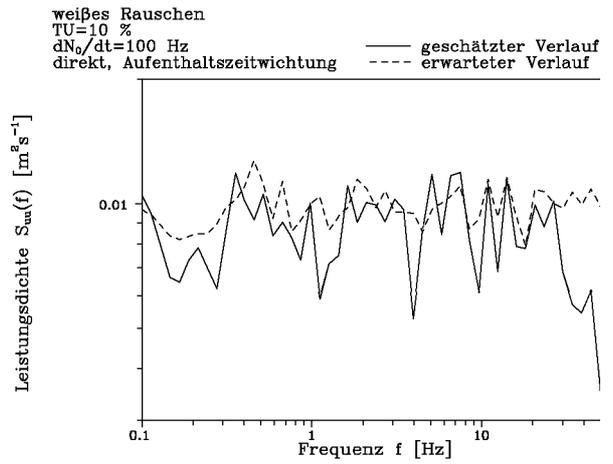


Abbildung A.2.4.3

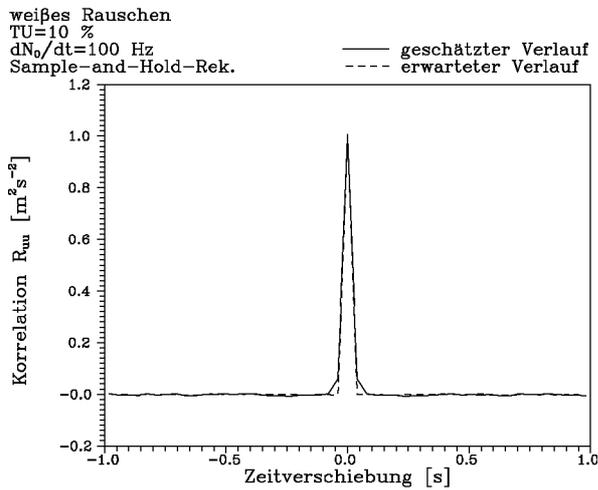


Abbildung A.2.4.4

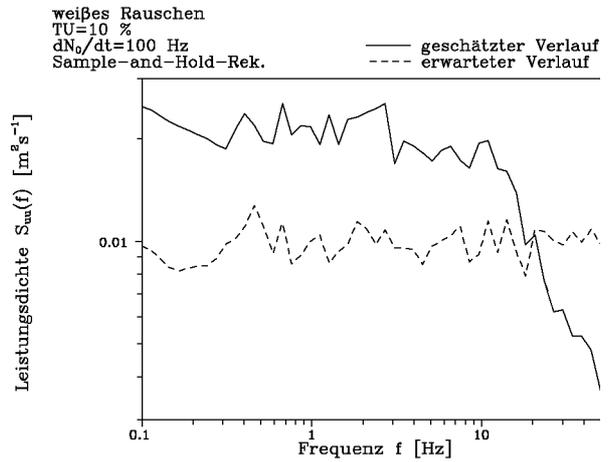


Abbildung A.2.4.5

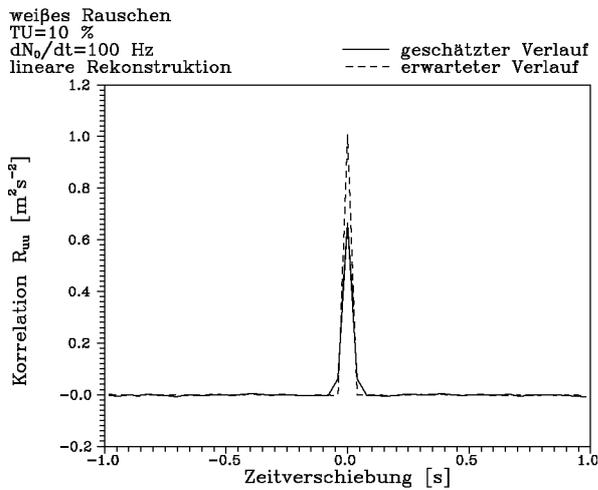


Abbildung A.2.4.6

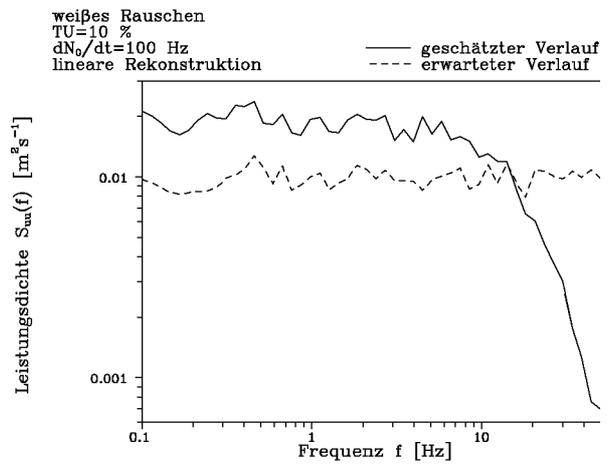


Abbildung A.2.4.7

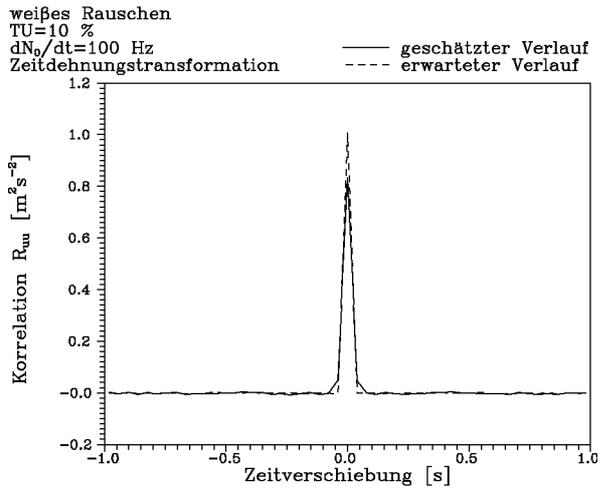


Abbildung A.2.4.8

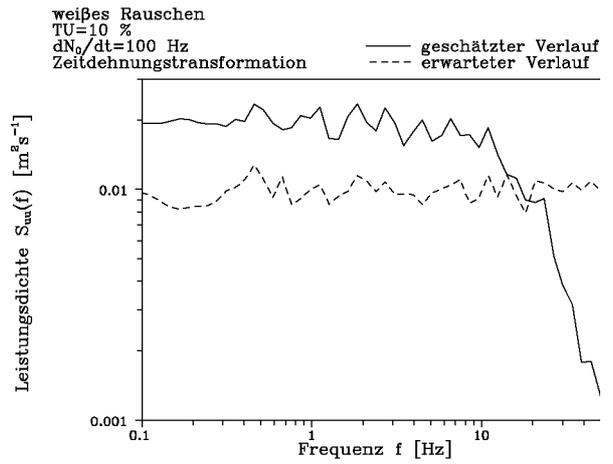


Abbildung A.2.4.9

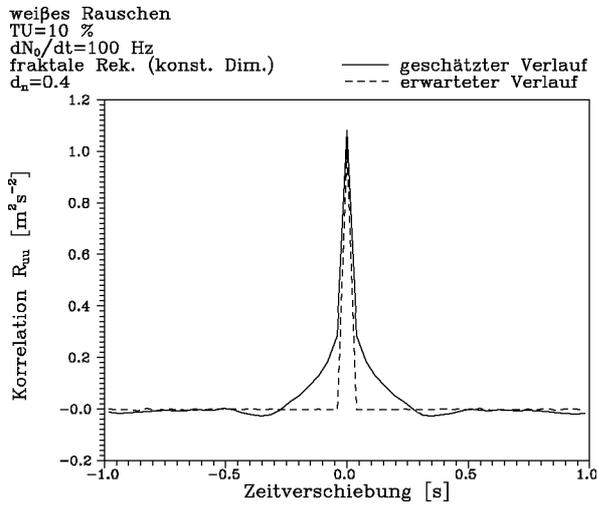


Abbildung A.2.4.10

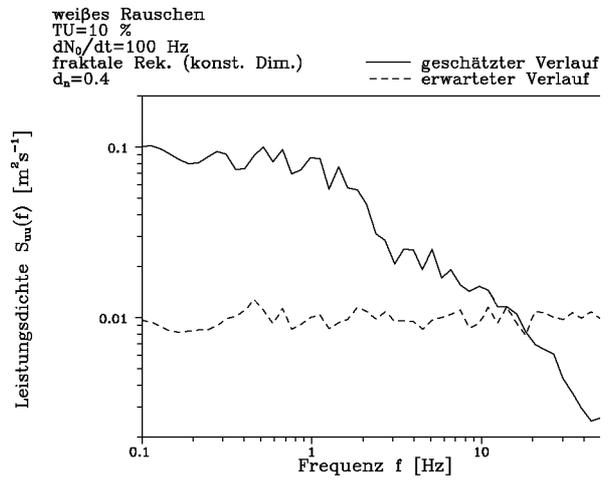


Abbildung A.2.4.11

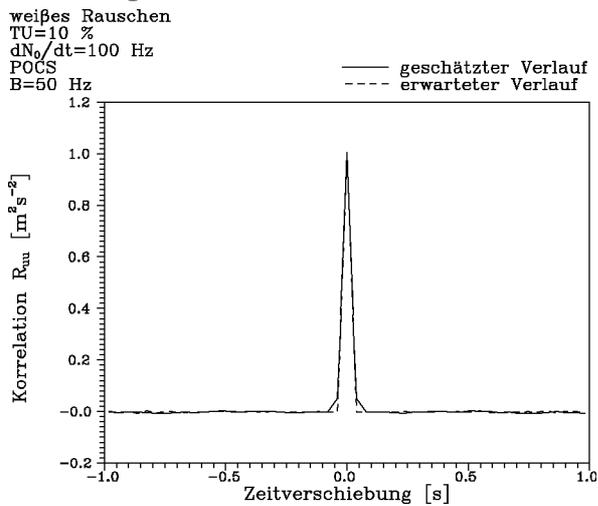


Abbildung A.2.4.12

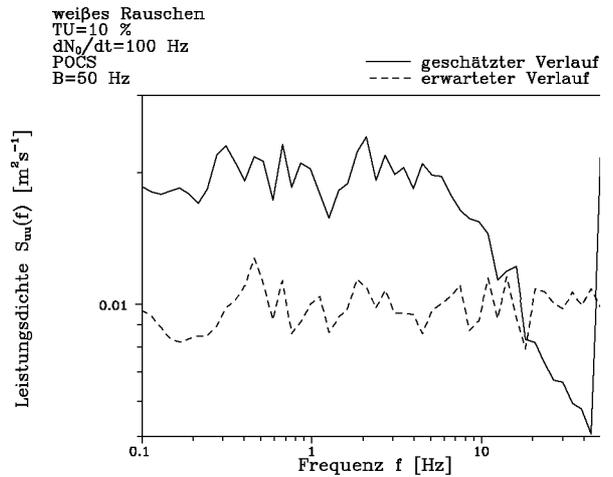


Abbildung A.2.4.13

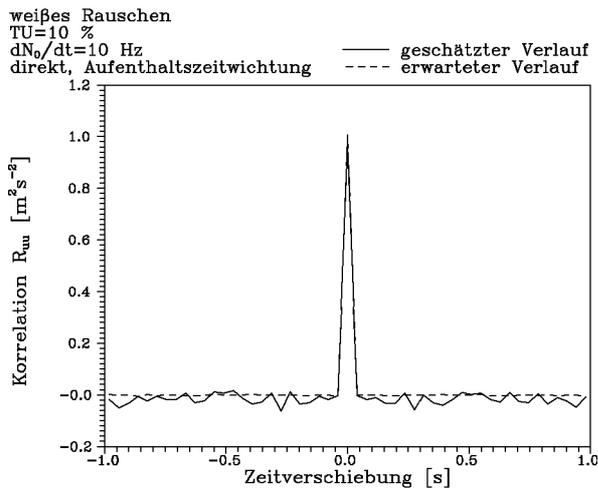


Abbildung A.2.4.14

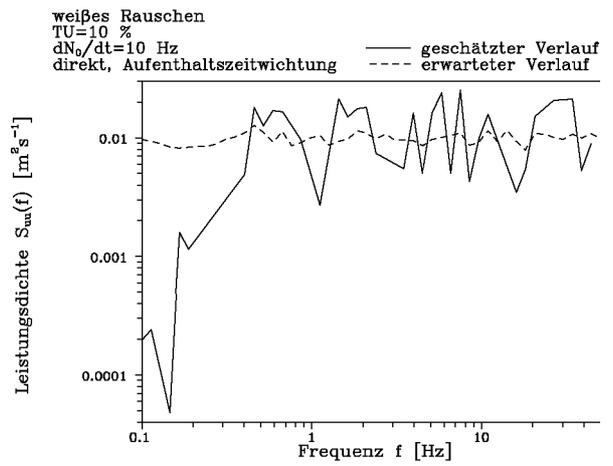


Abbildung A.2.4.15

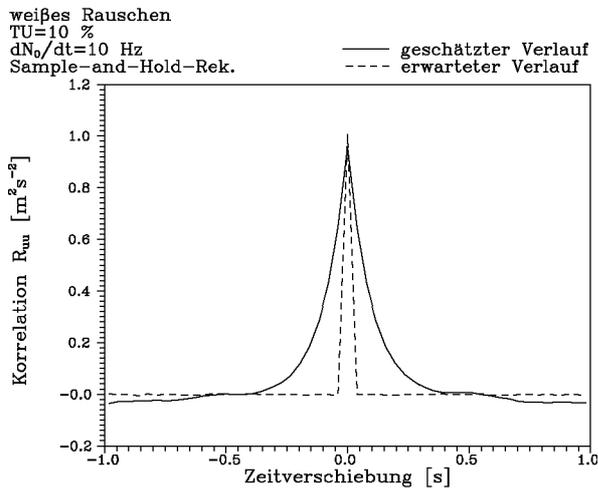


Abbildung A.2.4.16

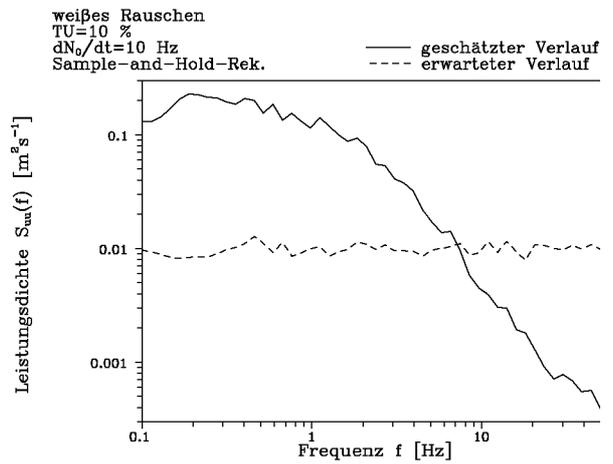


Abbildung A.2.4.17

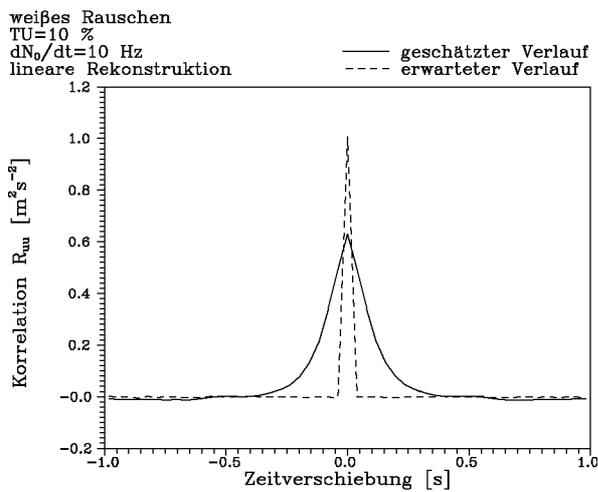


Abbildung A.2.4.18

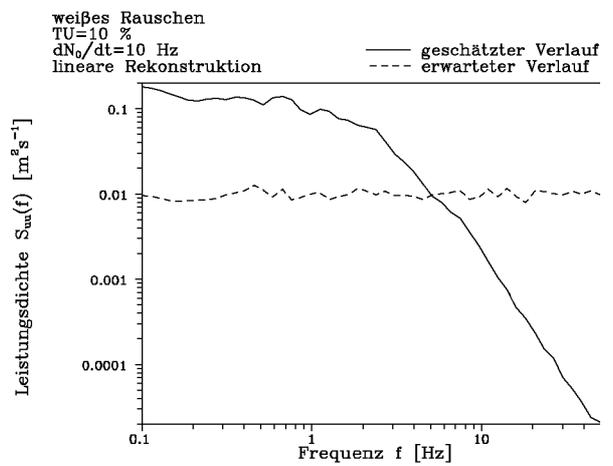


Abbildung A.2.4.19

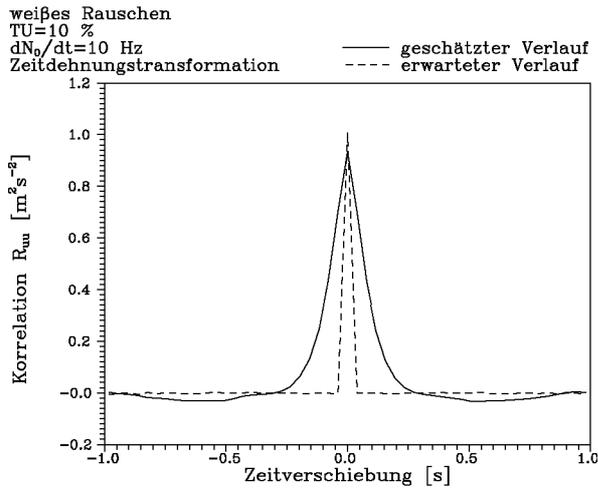


Abbildung A.2.4.20

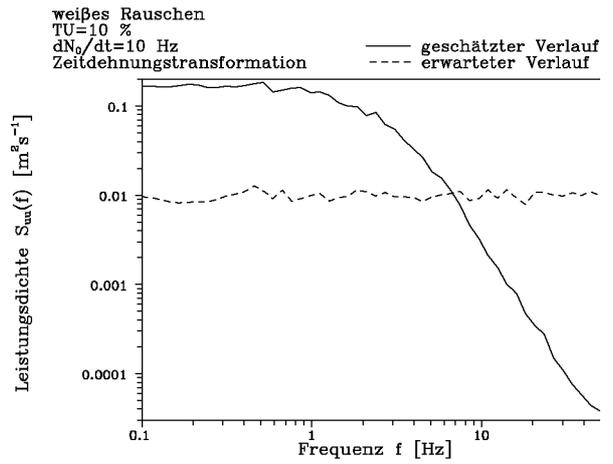


Abbildung A.2.4.21

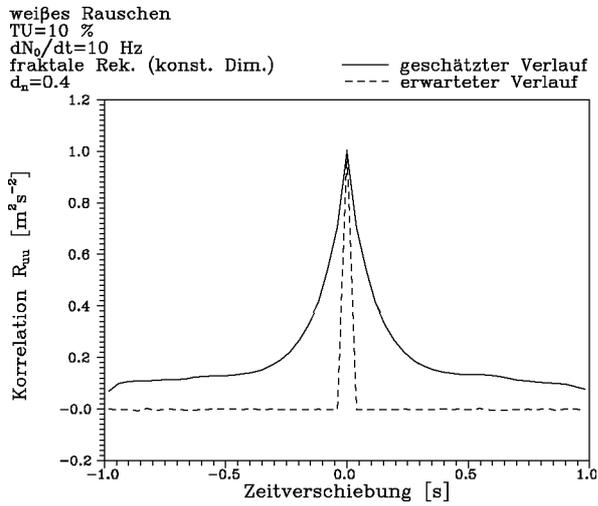


Abbildung A.2.4.22

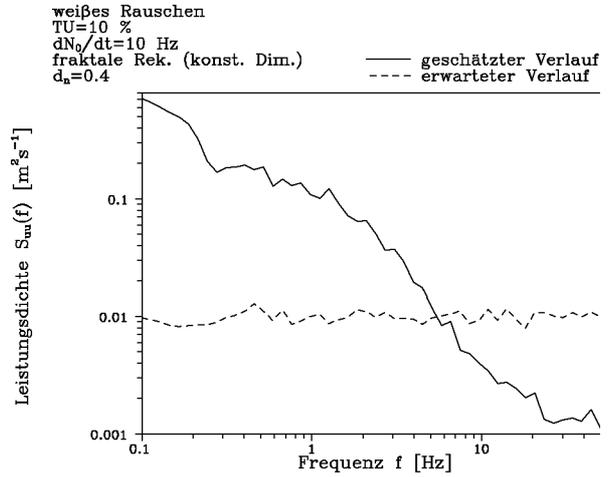


Abbildung A.2.4.23

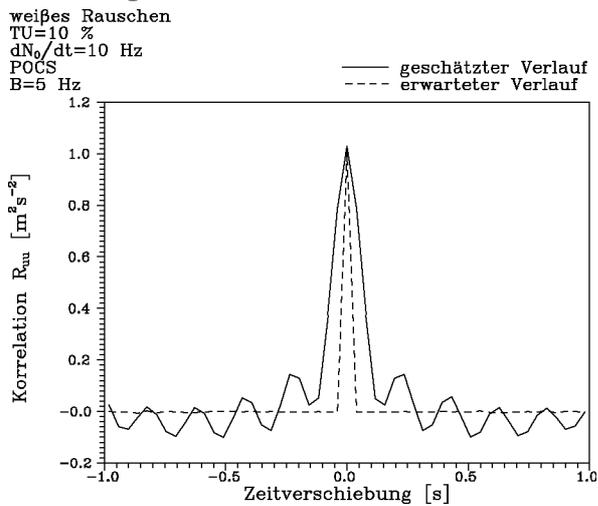


Abbildung A.2.4.24

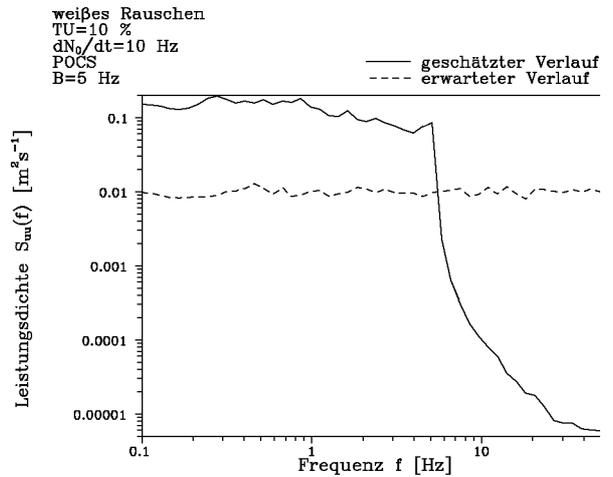


Abbildung A.2.4.25

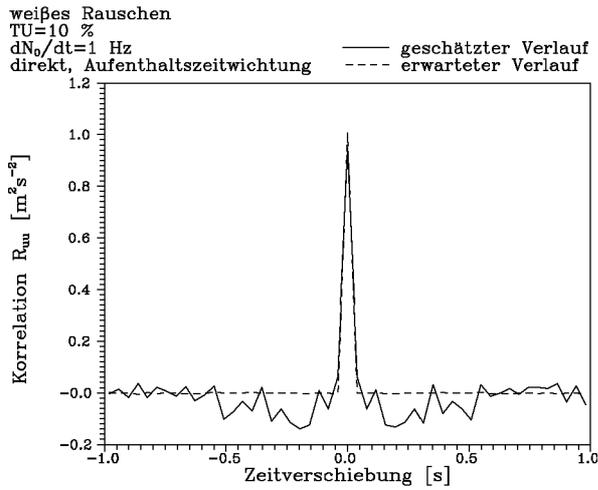


Abbildung A.2.4.26

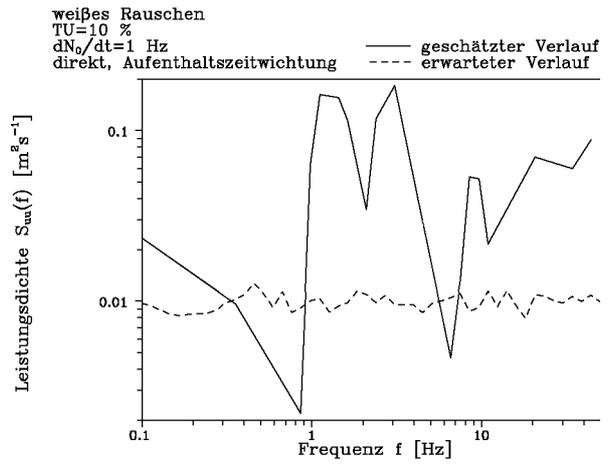


Abbildung A.2.4.27

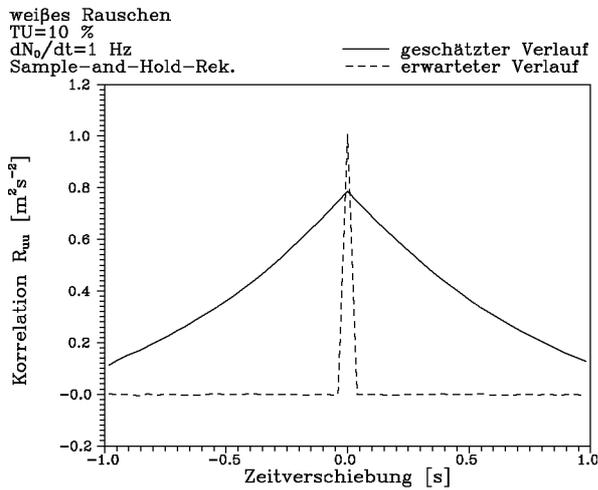


Abbildung A.2.4.28

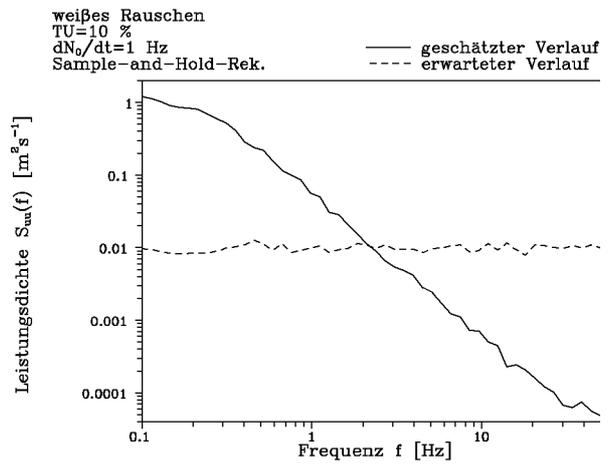


Abbildung A.2.4.29

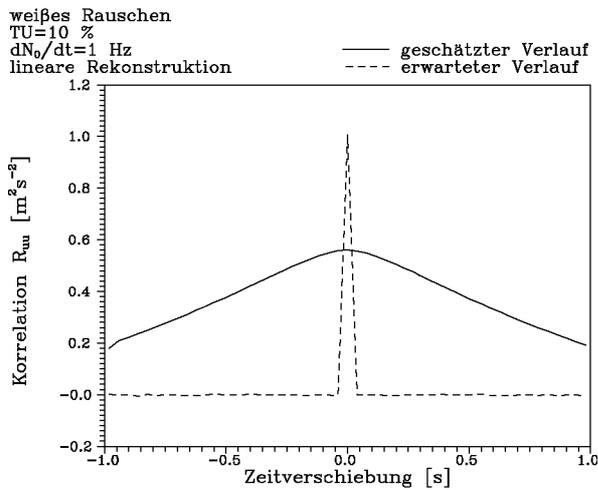


Abbildung A.2.4.30

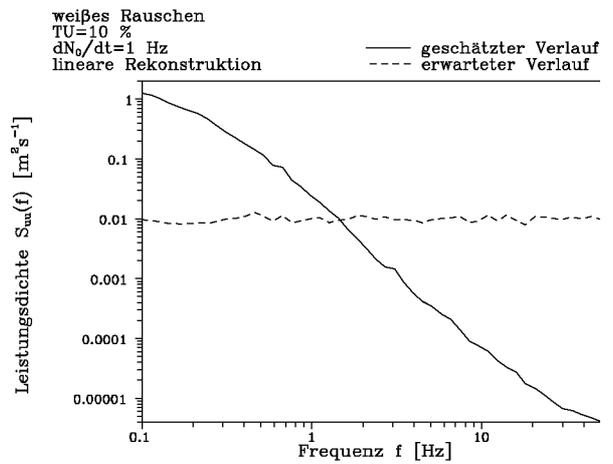


Abbildung A.2.4.31

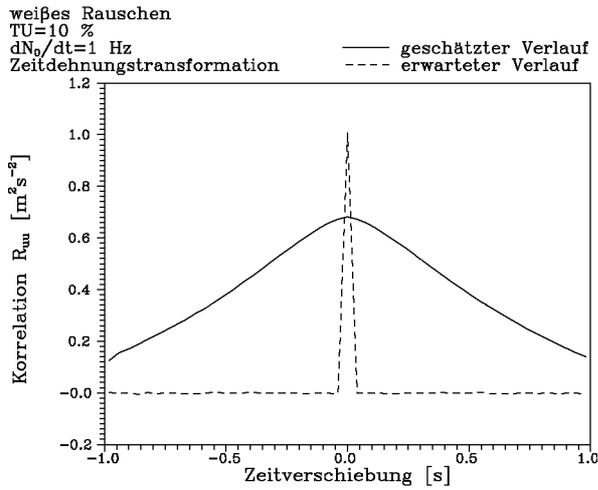


Abbildung A.2.4.32

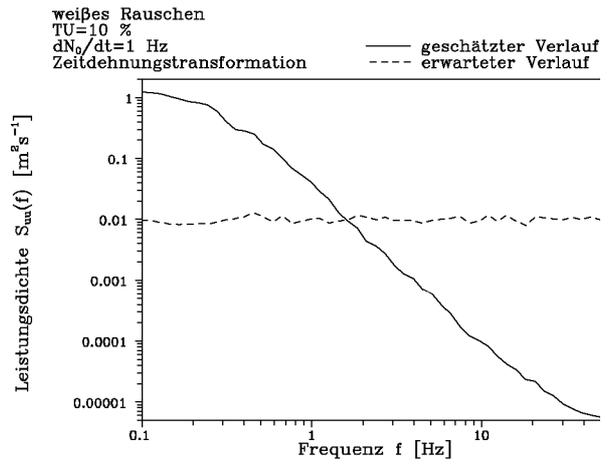


Abbildung A.2.4.33

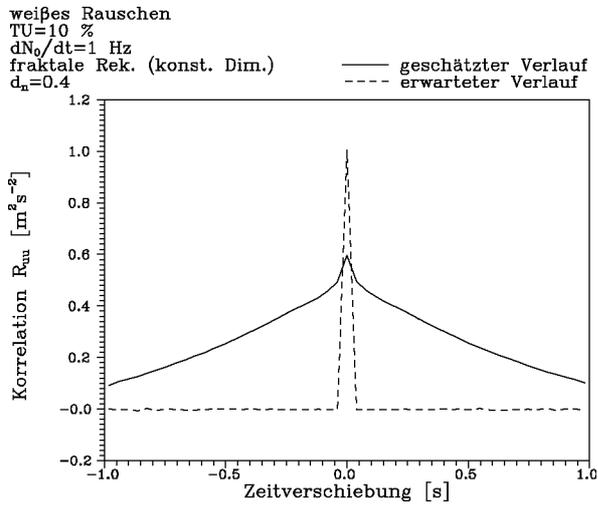


Abbildung A.2.4.34

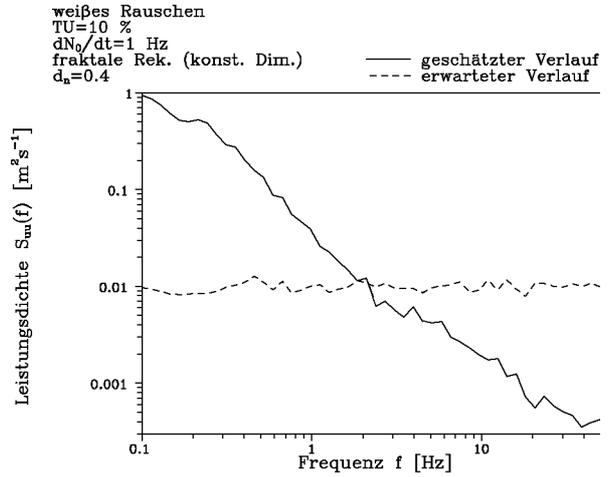


Abbildung A.2.4.35

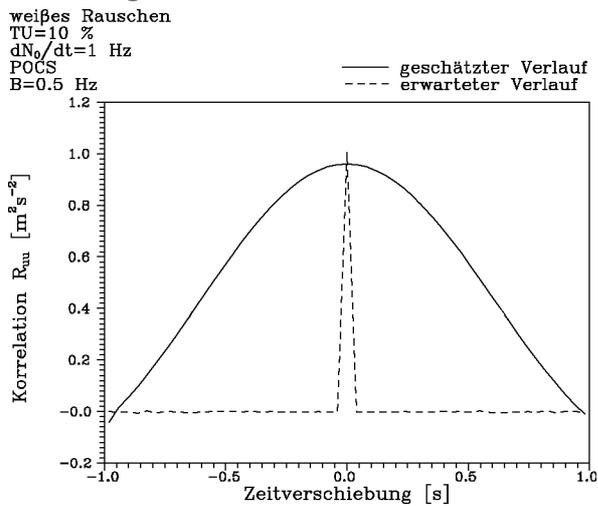
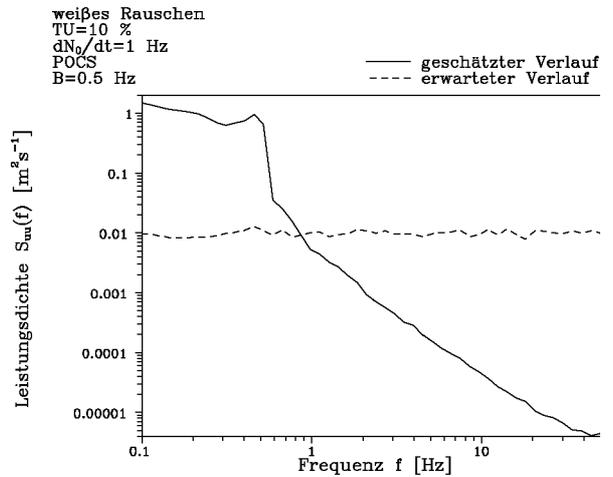


Abbildung A.2.4.36



A.3 Reale Messungen

A.3.1 HDA-Grundserie/simulierte Teilchenserie

Abbildung		Meßpunkt	Meßvolumenrate [Hz]	Analyse	Schätzung		Referenz		Fehler	
Korrelation	Spektrum				Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [%]	Varianz [%]
A.3.1.1	A.3.1.2	1	10540.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	8.198	0.133	8.183	0.138	0.183	-3.127
A.3.1.3	A.3.1.4	1	10480.0	Sample-and-Hold-Rek.	8.184	0.138	8.183	0.138	0.012	0.509
A.3.1.5	A.3.1.6	1	10480.0	lineare Rek.	8.184	0.132	8.183	0.138	0.012	-4.364
A.3.1.7	A.3.1.8	1	10470.0	Zeitdehnungsrek.	8.186	0.140	8.183	0.138	0.037	1.527
A.3.1.9	A.3.1.10	1	2113.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	8.200	0.136	8.183	0.138	0.208	-1.382
A.3.1.11	A.3.1.12	1	2098.0	Sample-and-Hold-Rek.	8.190	0.139	8.183	0.138	0.086	1.018
A.3.1.13	A.3.1.14	1	2127.0	lineare Rek.	8.189	0.108	8.183	0.138	0.073	-21.527
A.3.1.15	A.3.1.16	1	2111.0	Zeitdehnungsrek.	8.190	0.129	8.183	0.138	0.086	-6.036
A.3.1.17	A.3.1.18	1	208.3	direkt, Aufenthaltszeitw.	8.199	0.136	8.183	0.138	0.196	-1.091
A.3.1.19	A.3.1.20	1	211.3	Sample-and-Hold-Rek.	8.199	0.119	8.183	0.138	0.196	-13.673
A.3.1.21	A.3.1.22	1	216.0	lineare Rek.	8.204	0.083	8.183	0.138	0.257	-39.491
A.3.1.23	A.3.1.24	1	213.4	Zeitdehnungsrek.	8.218	0.120	8.183	0.138	0.428	-12.800
A.3.1.25	A.3.1.26	2	10830.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	6.744	2.323	6.289	2.828	7.235	-17.857
A.3.1.27	A.3.1.28	2	10820.0	Sample-and-Hold-Rek.	6.322	2.745	6.289	2.828	0.525	-2.935
A.3.1.29	A.3.1.30	2	10830.0	lineare Rek.	6.323	2.609	6.289	2.828	0.541	-7.744
A.3.1.31	A.3.1.32	2	10800.0	Zeitdehnungsrek.	6.312	2.692	6.289	2.828	0.366	-4.809
A.3.1.33	A.3.1.34	2	2155.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	6.719	2.352	6.289	2.828	6.837	-16.832
A.3.1.35	A.3.1.36	2	2154.0	Sample-and-Hold-Rek.	6.437	2.586	6.289	2.828	2.353	-8.557
A.3.1.37	A.3.1.38	2	2139.0	lineare Rek.	6.445	2.096	6.289	2.828	2.481	-25.884
A.3.1.39	A.3.1.40	2	2163.0	Zeitdehnungsrek.	6.408	2.423	6.289	2.828	1.892	-14.321
A.3.1.41	A.3.1.42	2	214.8	direkt, Aufenthaltszeitw.	6.733	2.322	6.289	2.828	7.060	-17.893
A.3.1.43	A.3.1.44	2	207.6	Sample-and-Hold-Rek.	6.620	2.185	6.289	2.828	5.263	-22.737
A.3.1.45	A.3.1.46	2	215.1	lineare Rek.	6.631	1.565	6.289	2.828	5.438	-44.661
A.3.1.47	A.3.1.48	2	218.0	Zeitdehnungsrek.	6.682	2.125	6.289	2.828	6.249	-24.859
A.3.1.49	A.3.1.50	3	9435.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	6.633	7.355	5.494	6.205	20.732	18.533
A.3.1.51	A.3.1.52	3	9411.0	Sample-and-Hold-Rek.	5.586	6.169	5.494	6.205	1.675	-0.580
A.3.1.53	A.3.1.54	3	9449.0	lineare Rek.	5.592	5.842	5.494	6.205	1.784	-5.850
A.3.1.55	A.3.1.56	3	9451.0	Zeitdehnungsrek.	5.593	6.034	5.494	6.205	1.802	-2.756
A.3.1.57	A.3.1.58	3	951.3	direkt, Aufenthaltszeitw.	6.581	7.268	5.494	6.205	19.785	17.131
A.3.1.59	A.3.1.60	3	946.8	Sample-and-Hold-Rek.	6.047	6.425	5.494	6.205	10.066	3.546
A.3.1.61	A.3.1.62	3	940.7	lineare Rek.	6.052	4.783	5.494	6.205	10.157	-22.917
A.3.1.63	A.3.1.64	3	955.7	Zeitdehnungsrek.	6.104	5.931	5.494	6.205	11.103	-4.416
A.3.1.65	A.3.1.66	3	95.9	direkt, Aufenthaltszeitw.	6.679	7.361	5.494	6.205	21.569	18.630
A.3.1.67	A.3.1.68	3	95.8	Sample-and-Hold-Rek.	6.581	5.942	5.494	6.205	19.785	-4.239
A.3.1.69	A.3.1.70	3	97.6	lineare Rek.	6.560	4.033	5.494	6.205	19.403	-35.004
A.3.1.71	A.3.1.72	3	93.7	Zeitdehnungsrek.	6.615	5.725	5.494	6.205	20.404	-7.736

Abbildung A.3.1.1

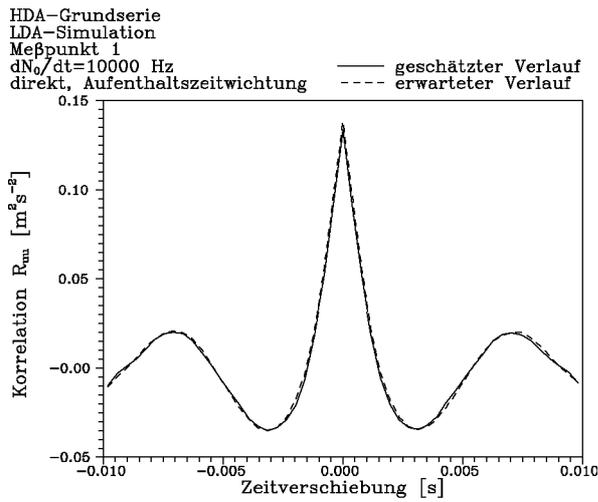


Abbildung A.3.1.2

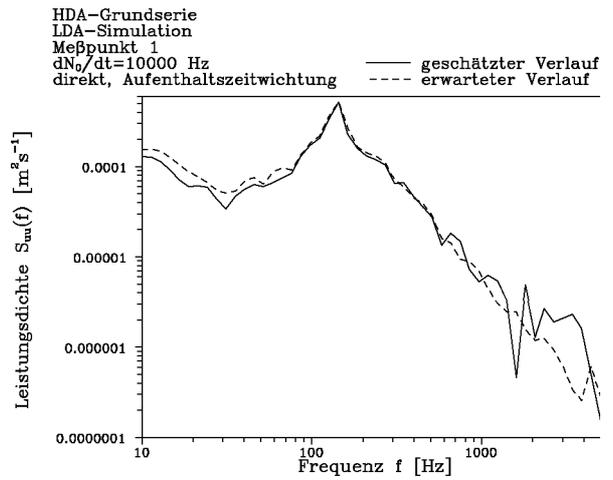


Abbildung A.3.1.3

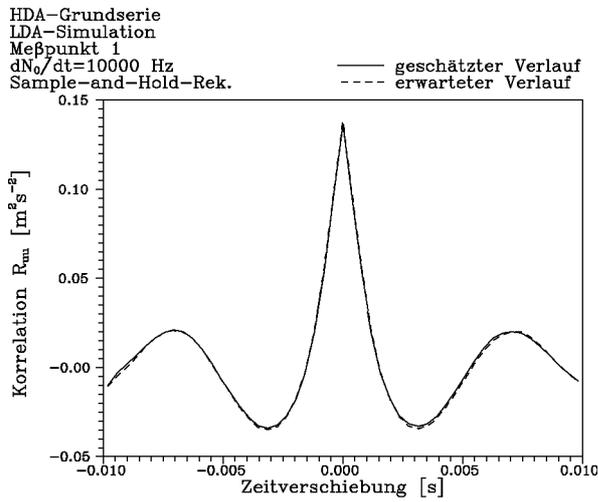


Abbildung A.3.1.4

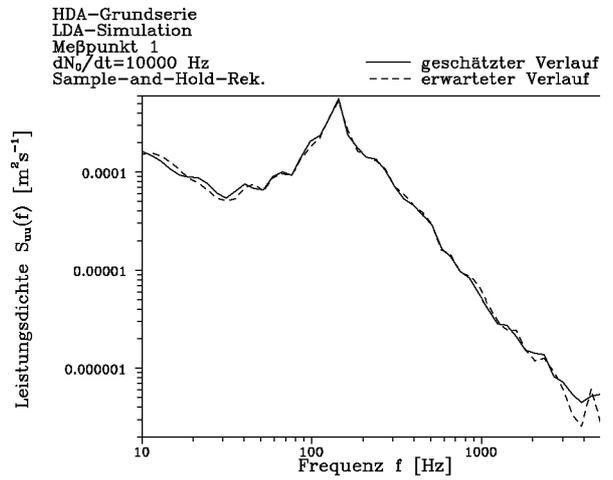


Abbildung A.3.1.5

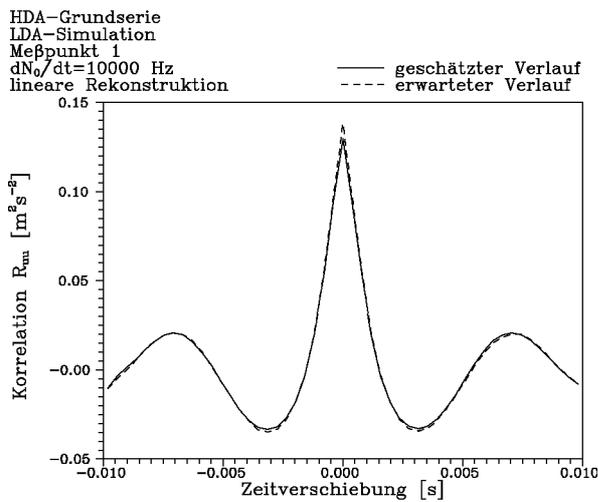


Abbildung A.3.1.6

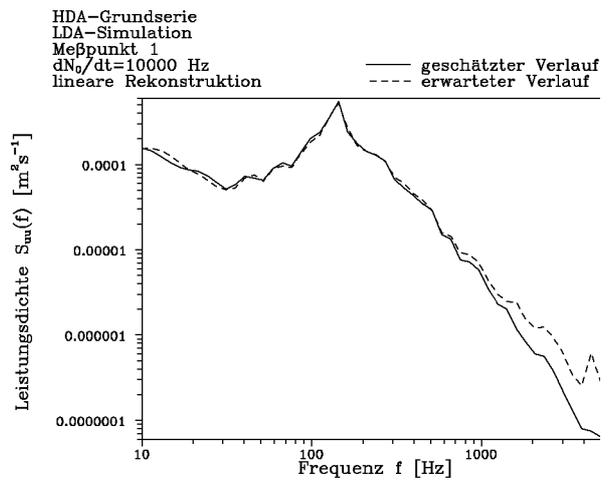


Abbildung A.3.1.7

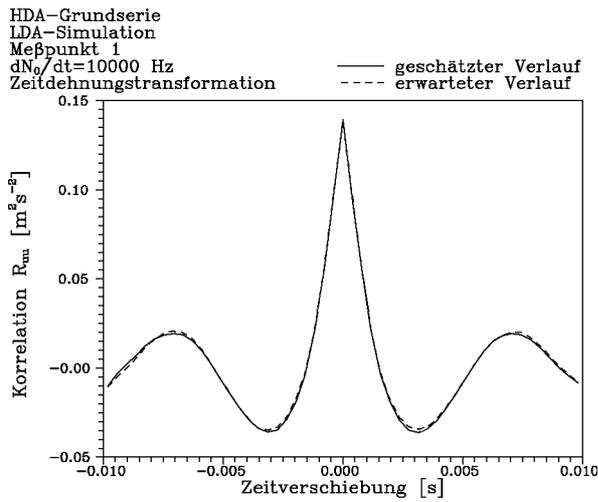


Abbildung A.3.1.8

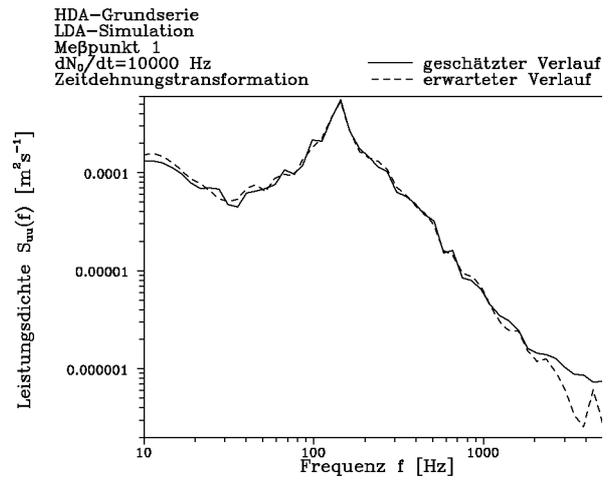


Abbildung A.3.1.9

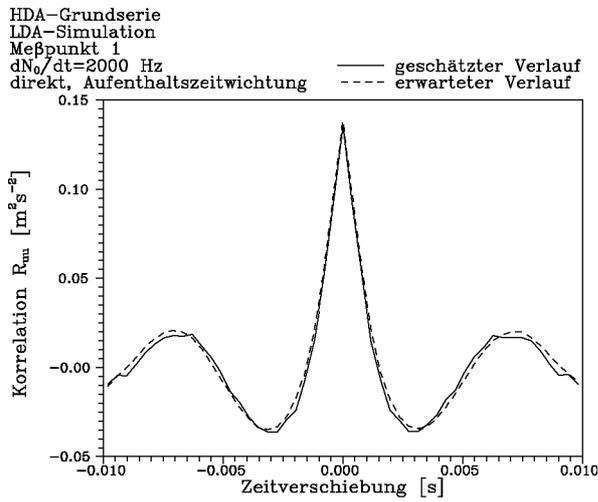


Abbildung A.3.1.10

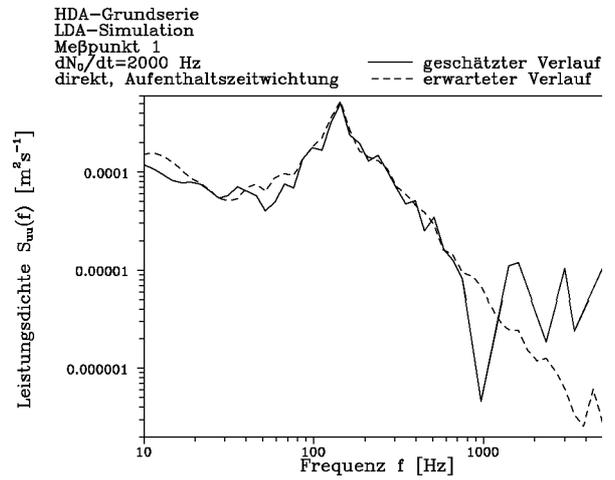


Abbildung A.3.1.11

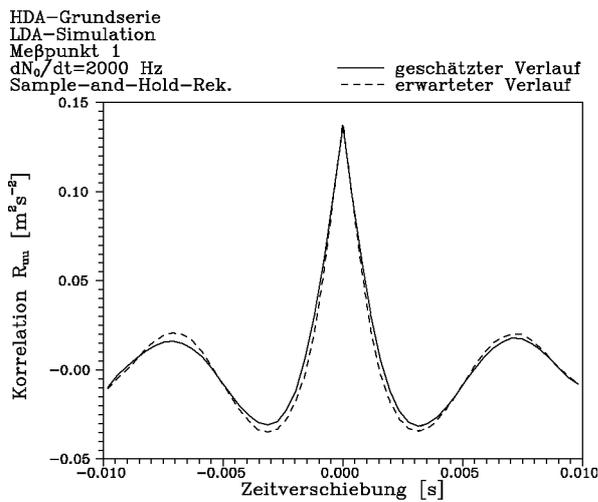


Abbildung A.3.1.12

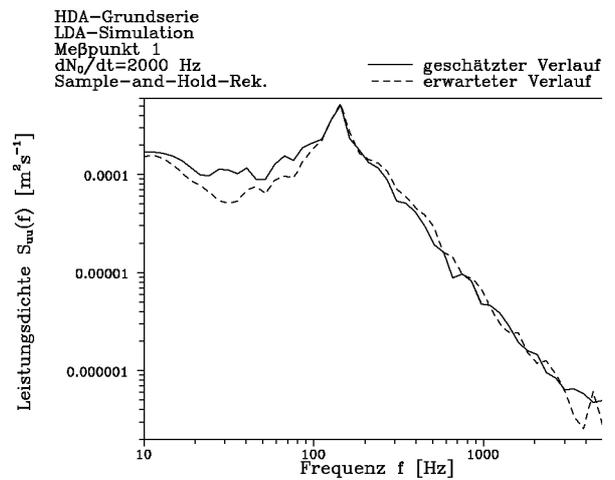


Abbildung A.3.1.13

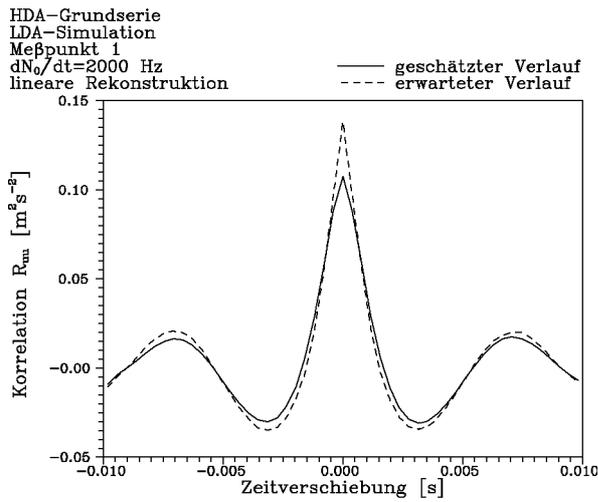


Abbildung A.3.1.14

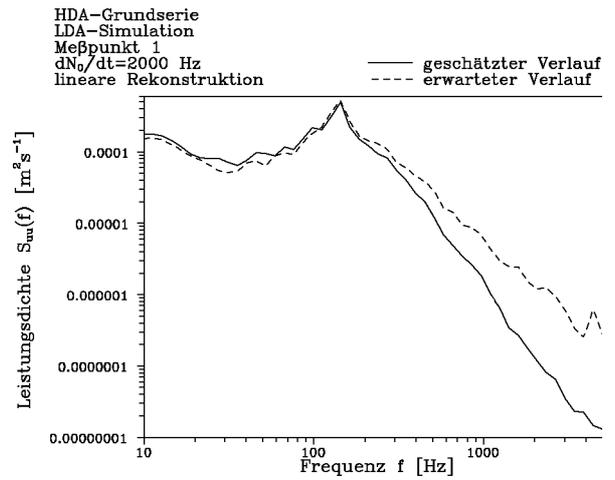


Abbildung A.3.1.15

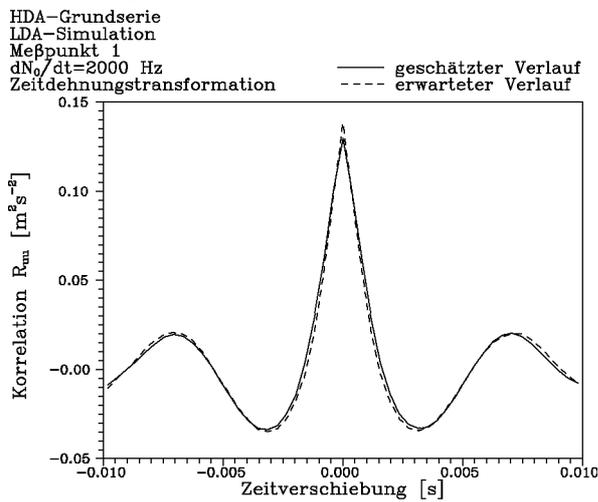


Abbildung A.3.1.16

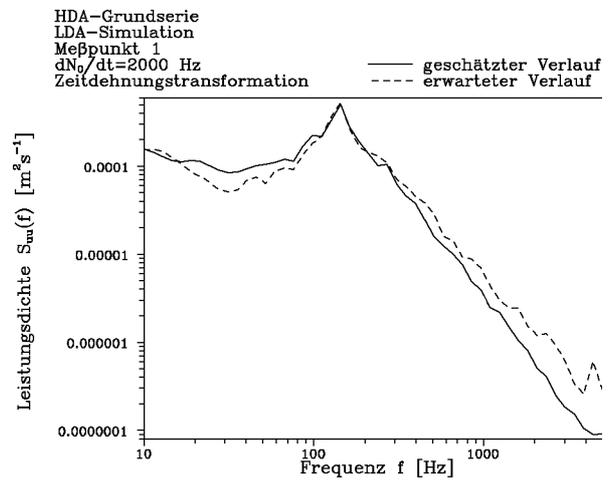


Abbildung A.3.1.17

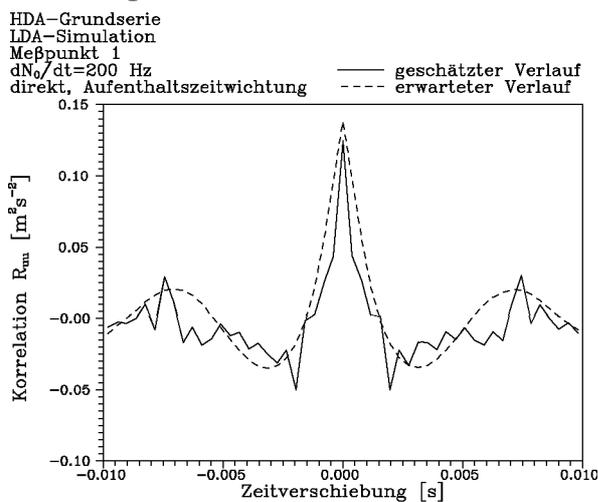


Abbildung A.3.1.18

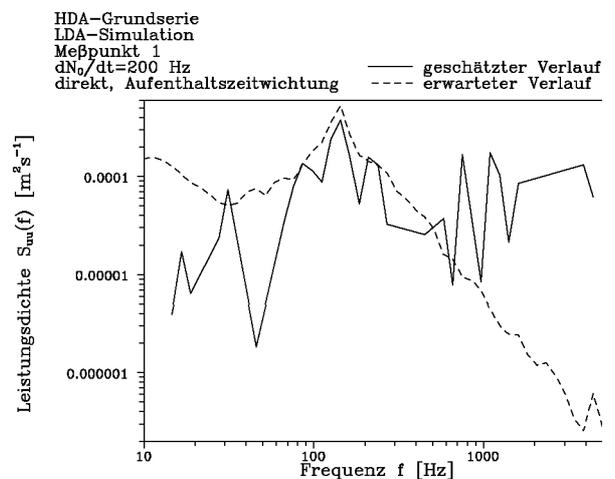


Abbildung A.3.1.19

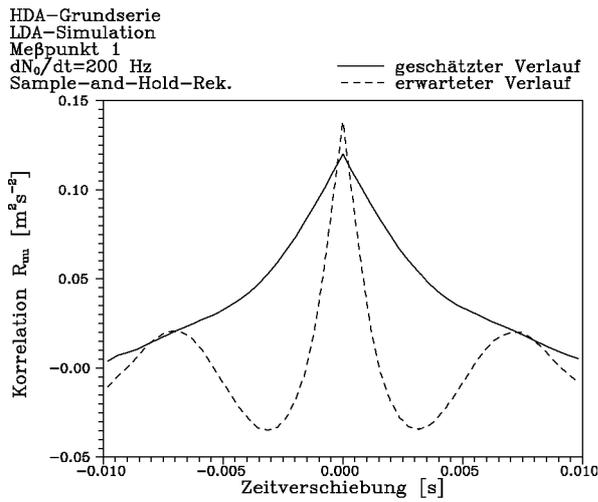


Abbildung A.3.1.20

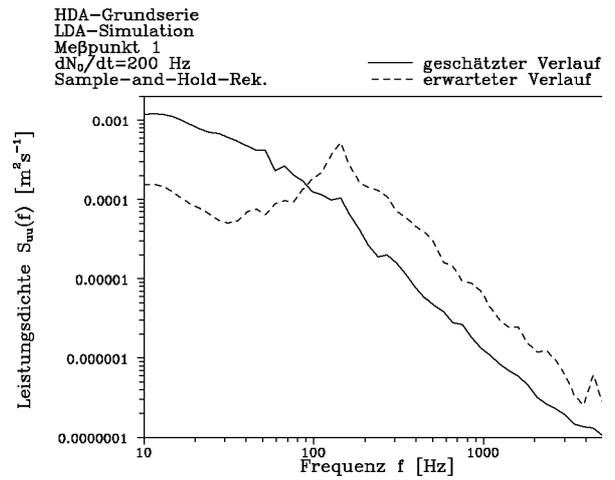


Abbildung A.3.1.21

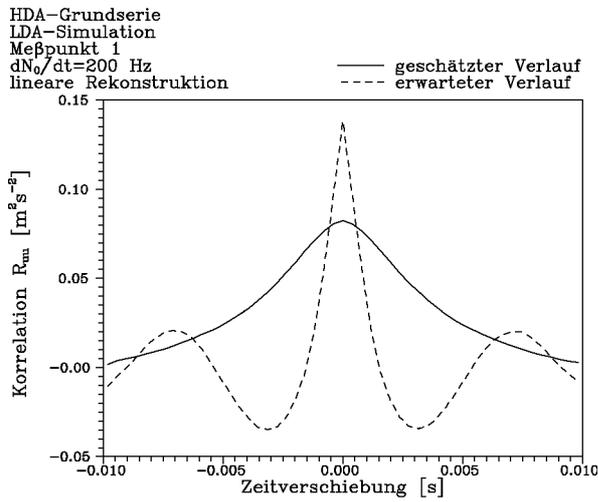


Abbildung A.3.1.22

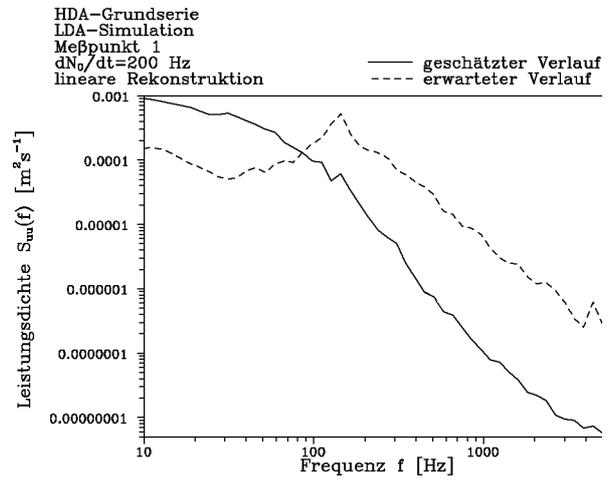


Abbildung A.3.1.23

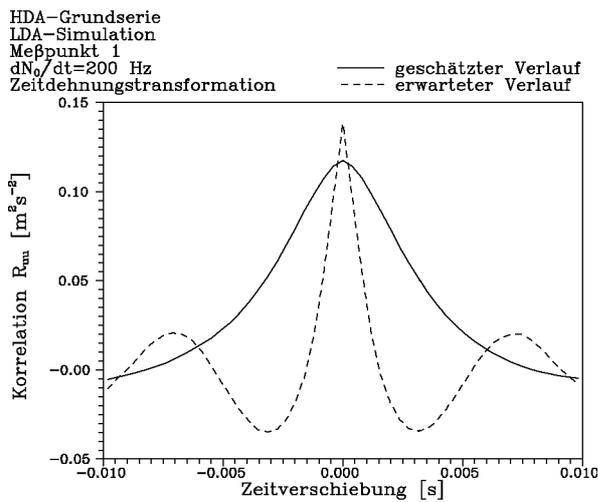


Abbildung A.3.1.24

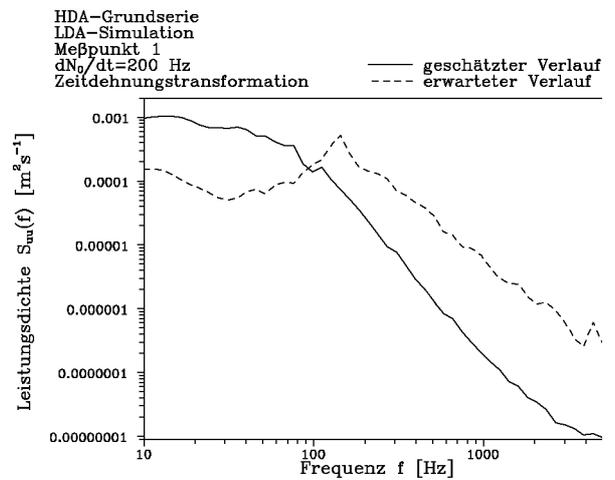


Abbildung A.3.1.25

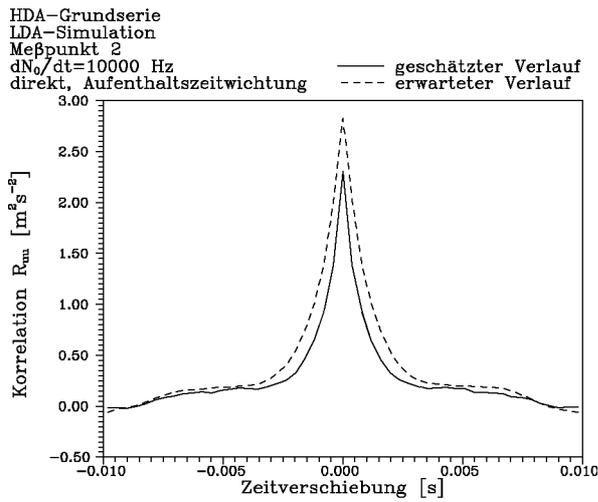


Abbildung A.3.1.26

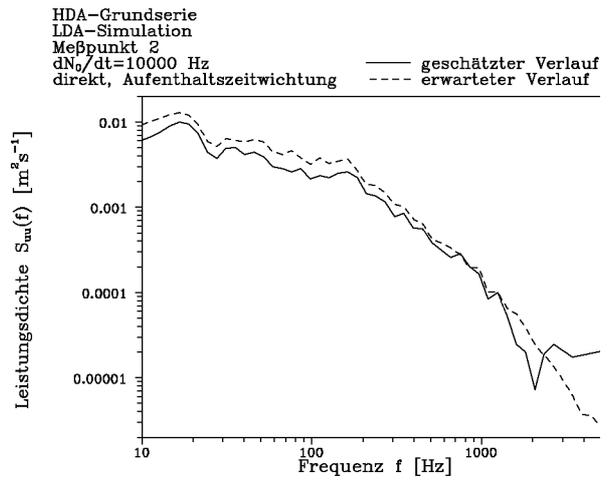


Abbildung A.3.1.27

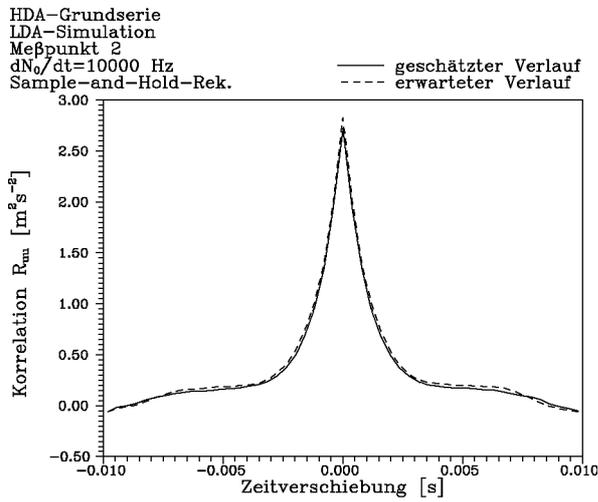


Abbildung A.3.1.28

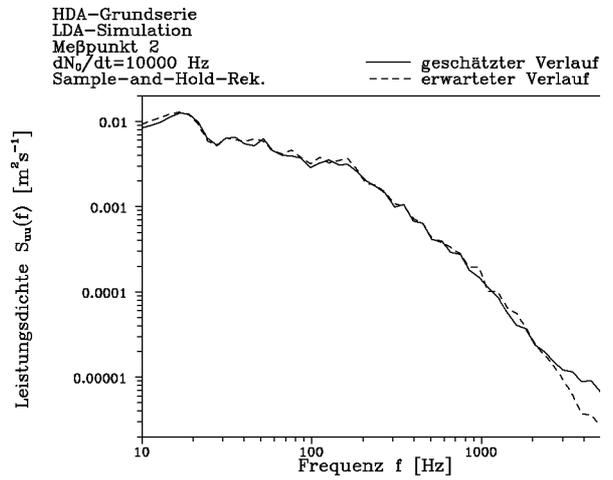


Abbildung A.3.1.29

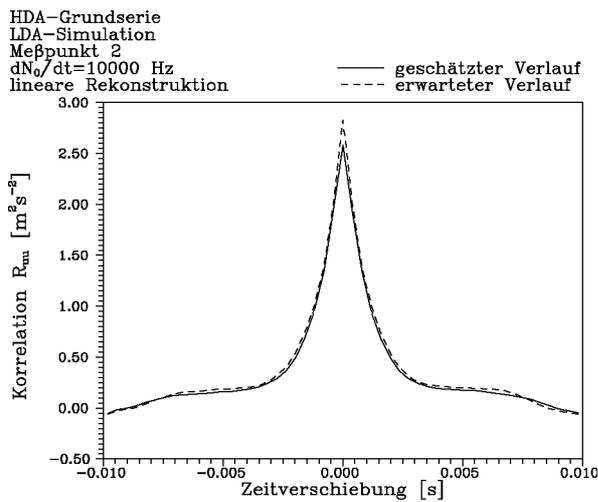


Abbildung A.3.1.30

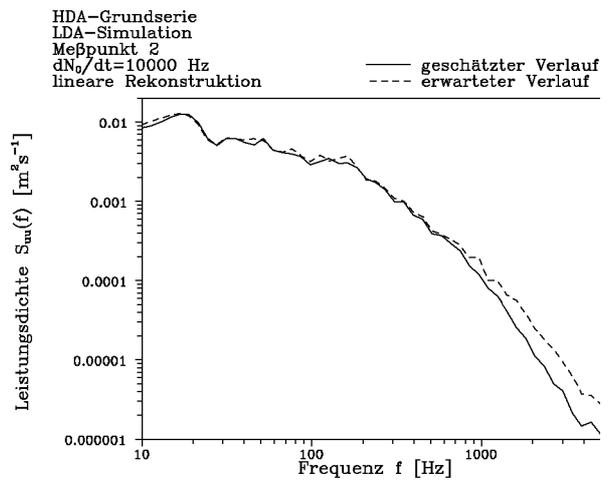


Abbildung A.3.1.31

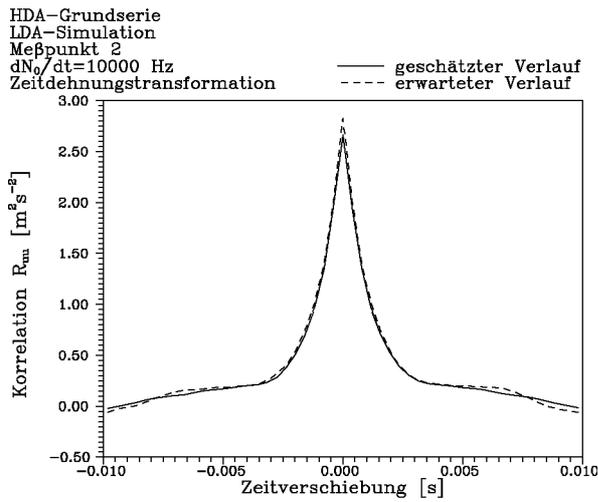


Abbildung A.3.1.32

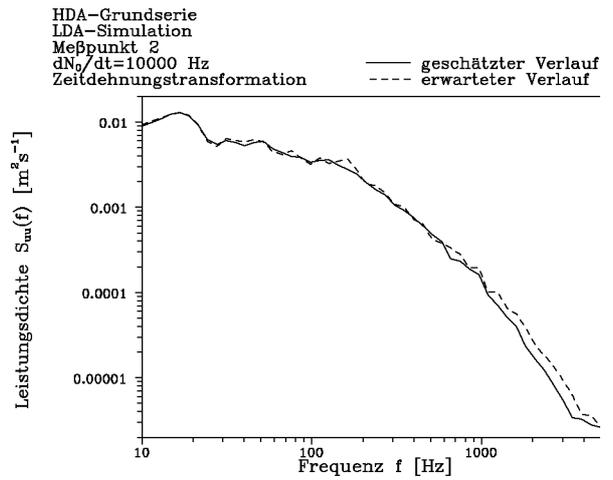


Abbildung A.3.1.33

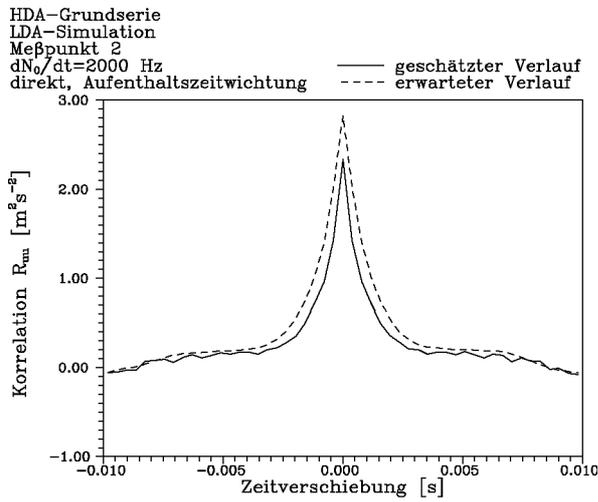


Abbildung A.3.1.34

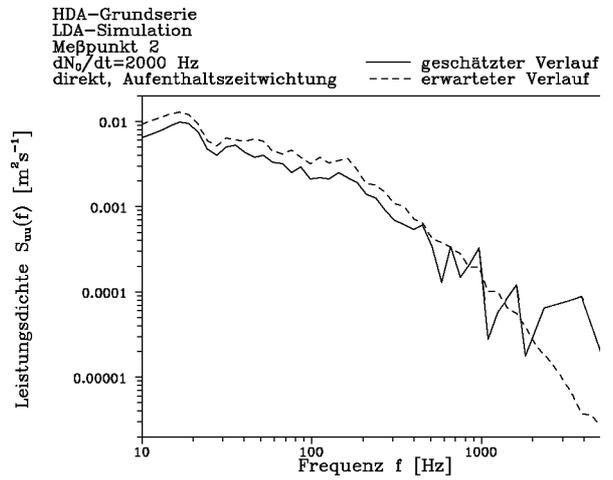


Abbildung A.3.1.35

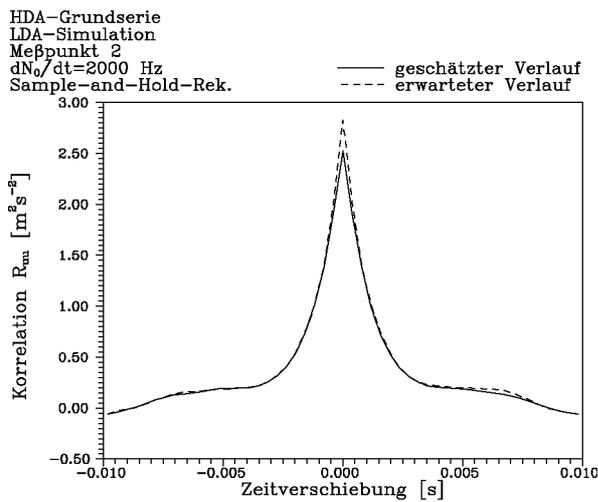


Abbildung A.3.1.36

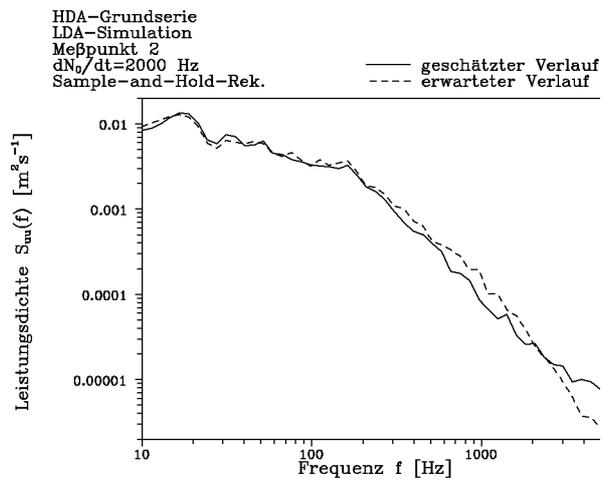


Abbildung A.3.1.37

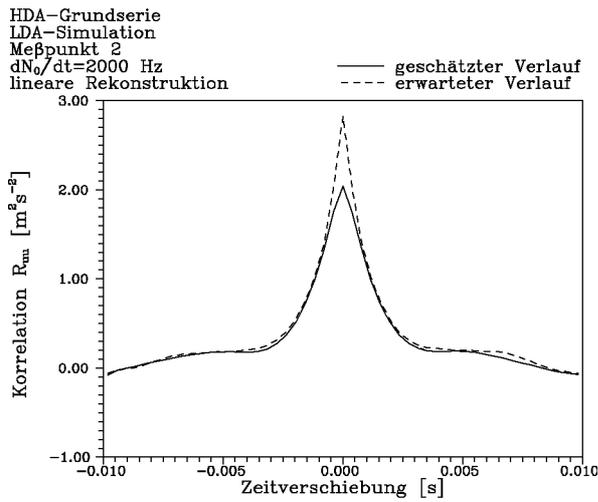


Abbildung A.3.1.38

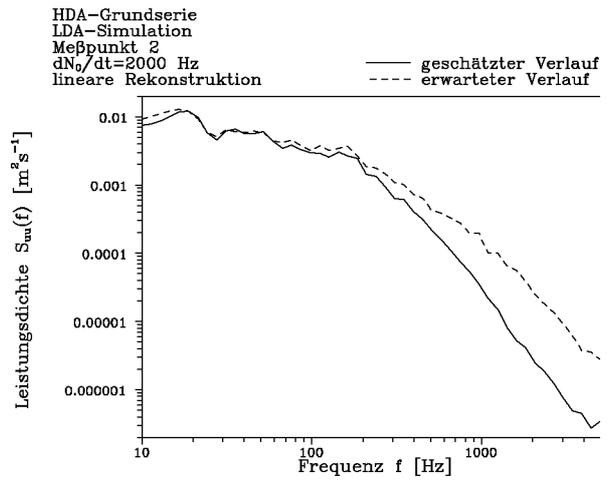


Abbildung A.3.1.39

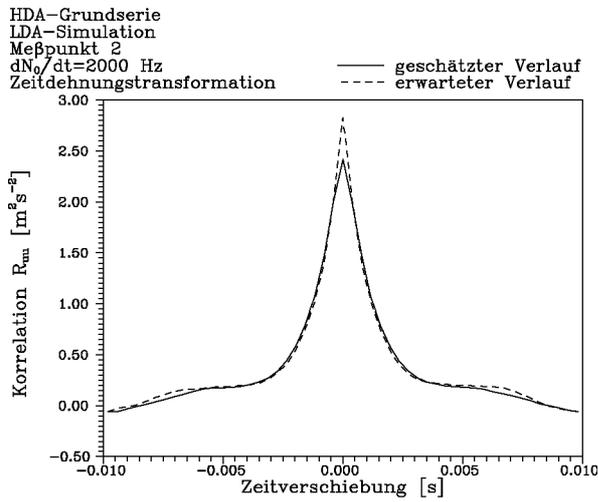


Abbildung A.3.1.40

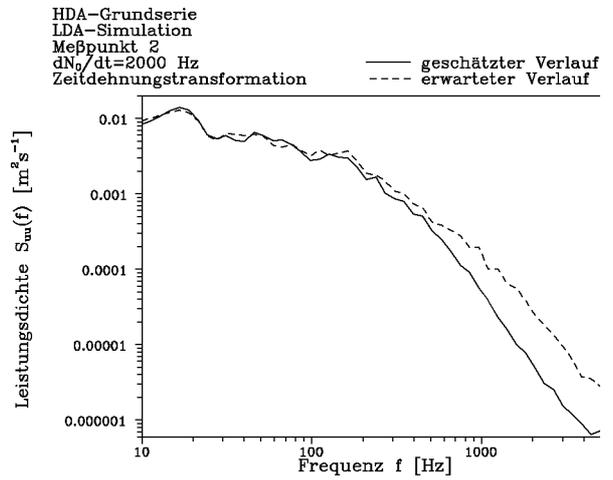


Abbildung A.3.1.41

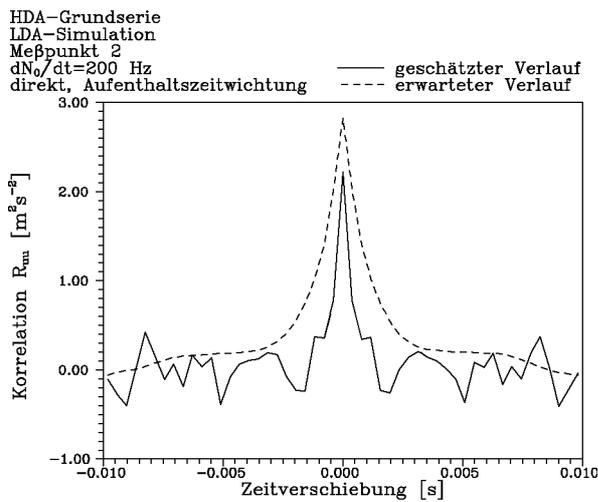


Abbildung A.3.1.42

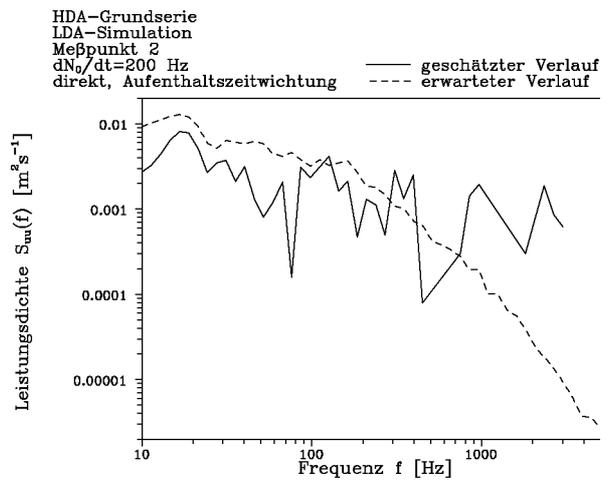


Abbildung A.3.1.43

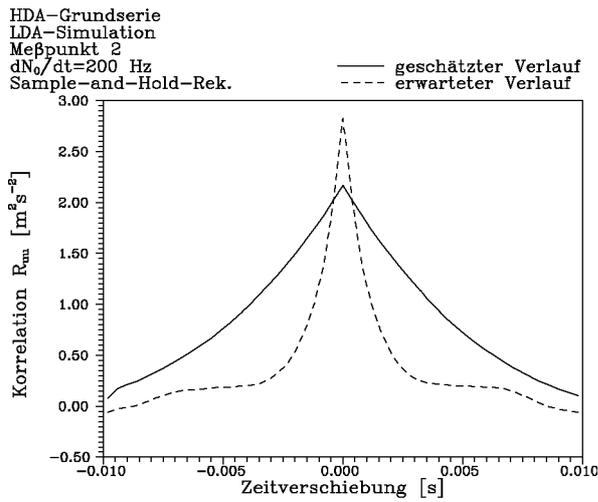


Abbildung A.3.1.44

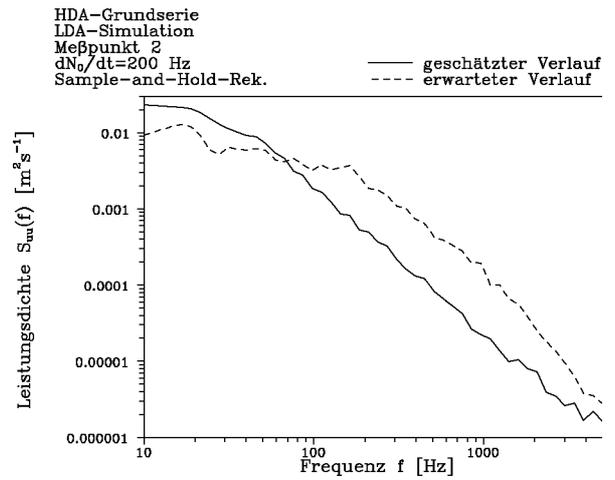


Abbildung A.3.1.45

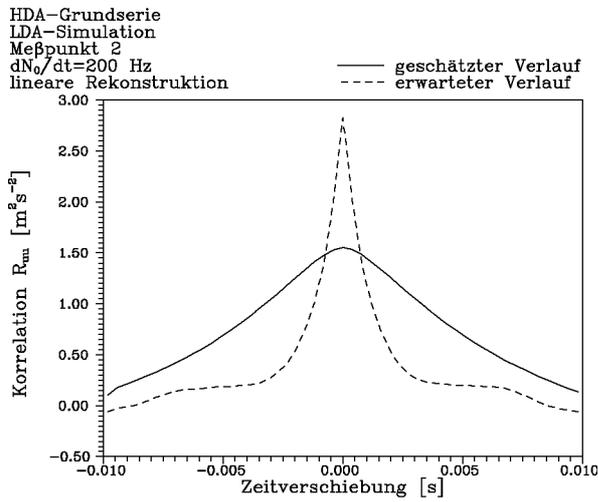


Abbildung A.3.1.46

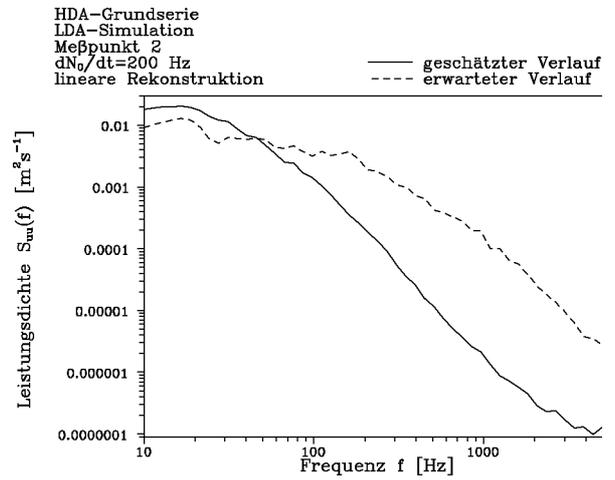


Abbildung A.3.1.47

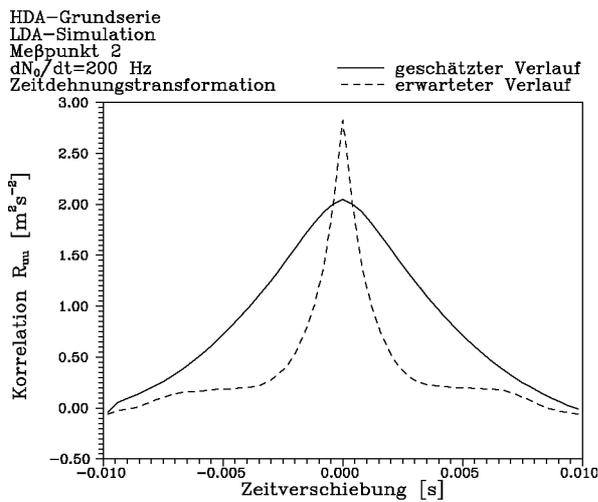


Abbildung A.3.1.48

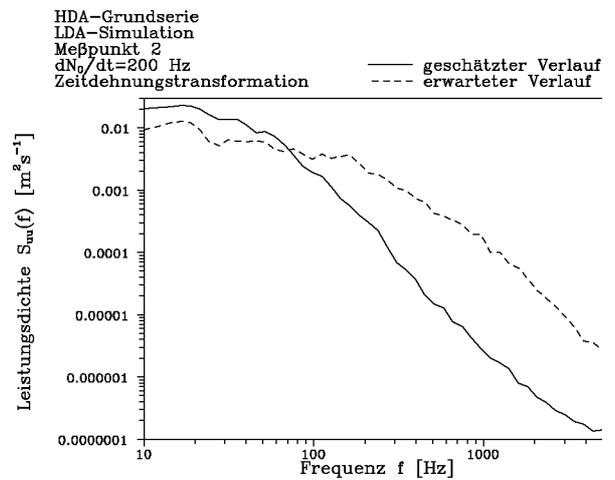


Abbildung A.3.1.49

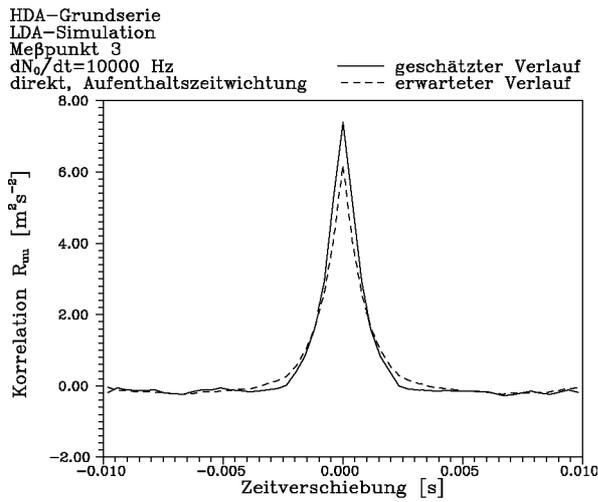


Abbildung A.3.1.50

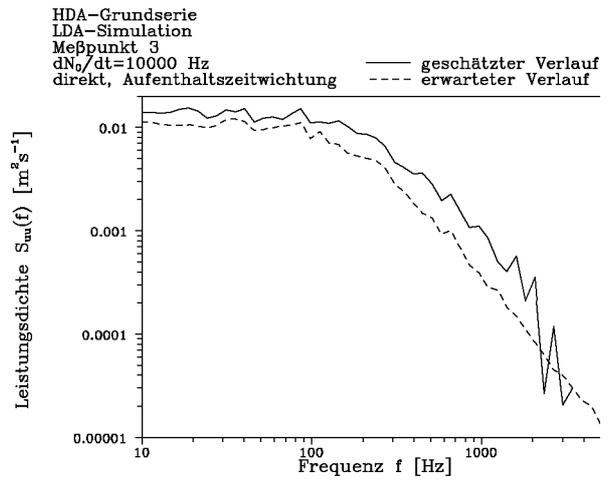


Abbildung A.3.1.51

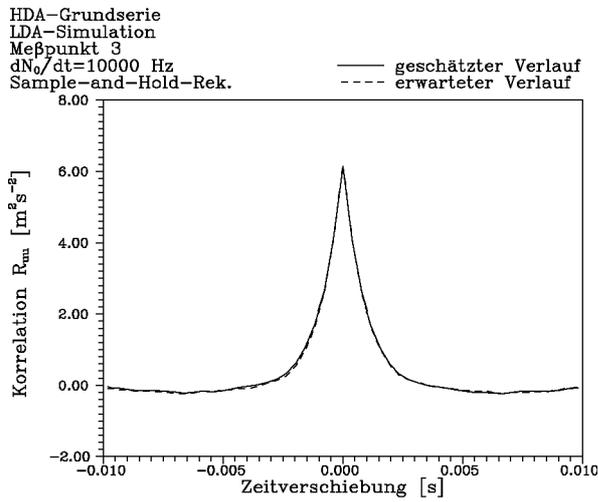


Abbildung A.3.1.52

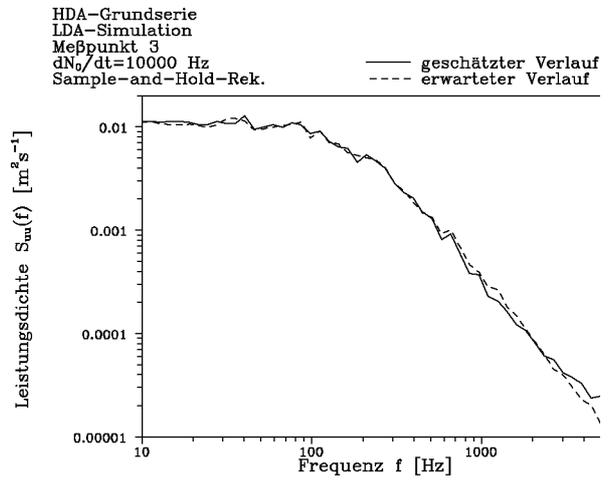


Abbildung A.3.1.53

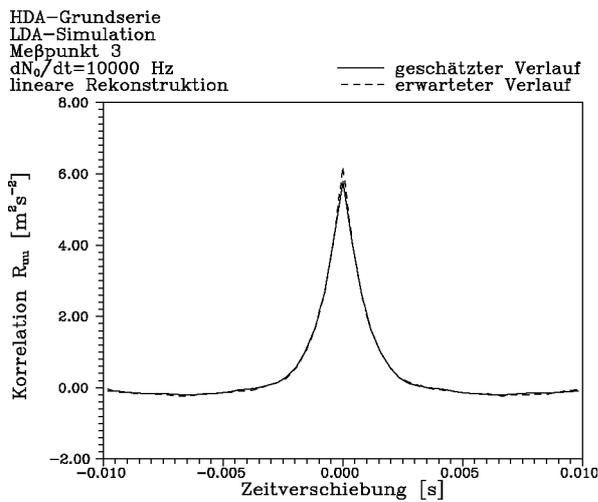


Abbildung A.3.1.54

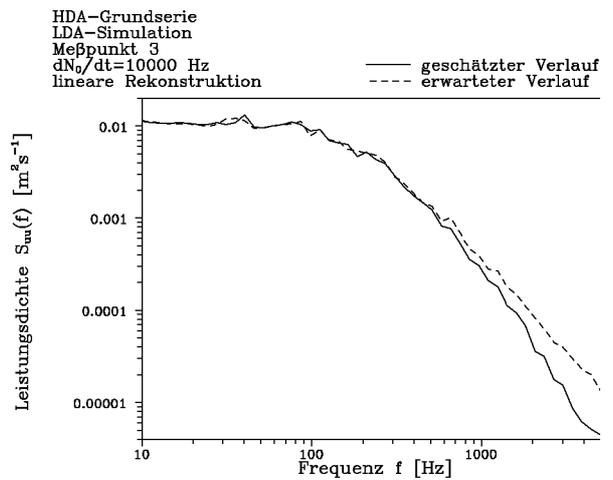


Abbildung A.3.1.55

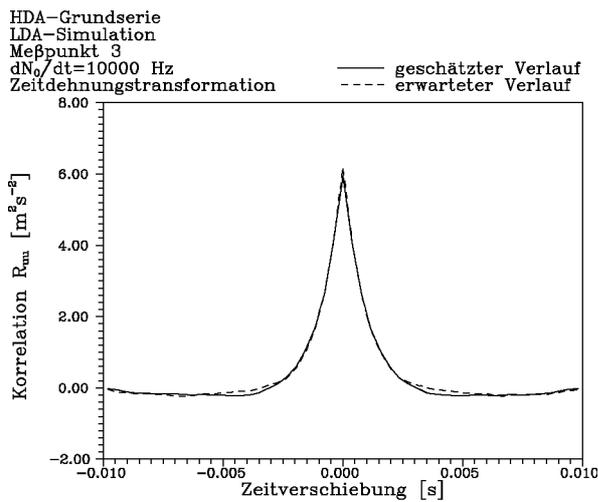


Abbildung A.3.1.56

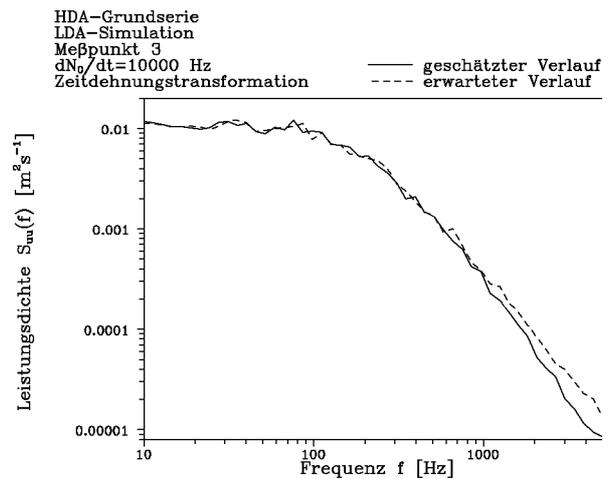


Abbildung A.3.1.57

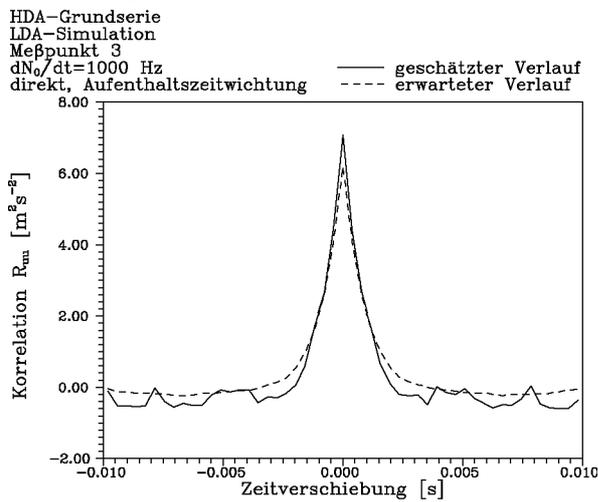


Abbildung A.3.1.58

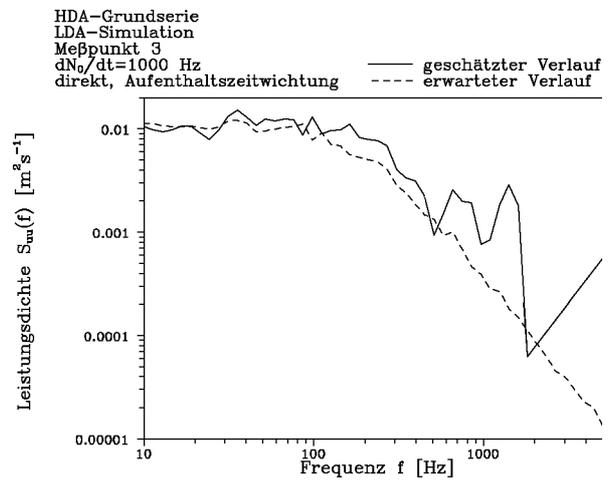


Abbildung A.3.1.59

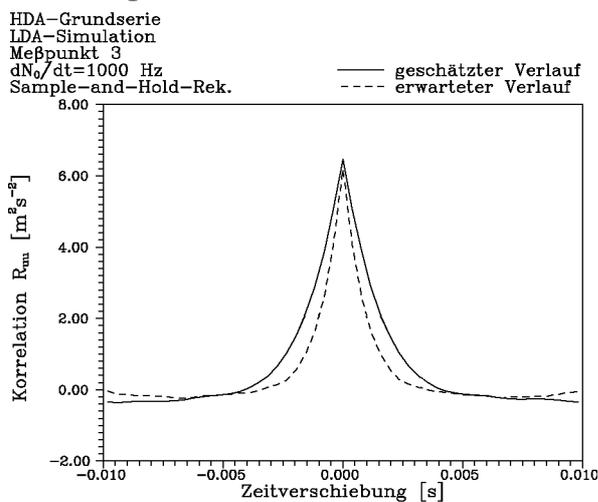


Abbildung A.3.1.60

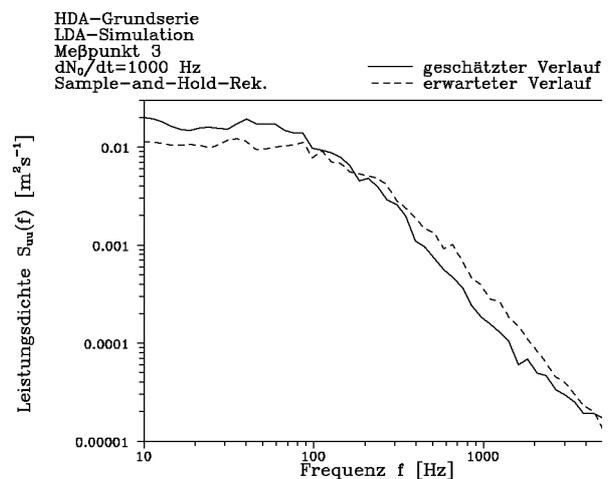


Abbildung A.3.1.61

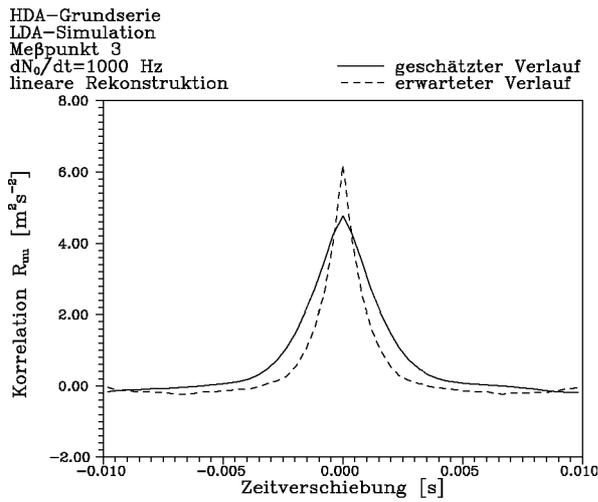


Abbildung A.3.1.62

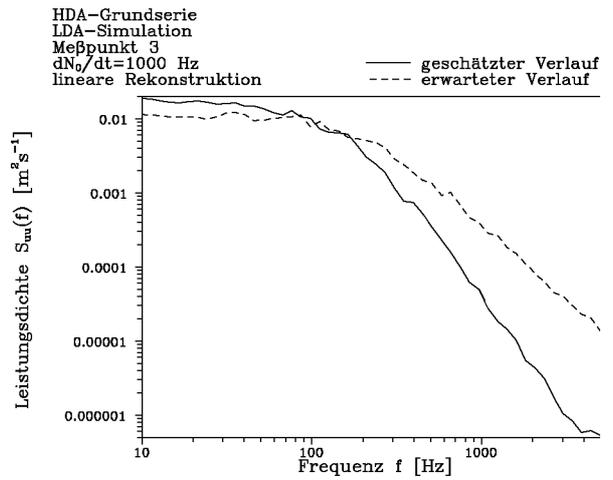


Abbildung A.3.1.63

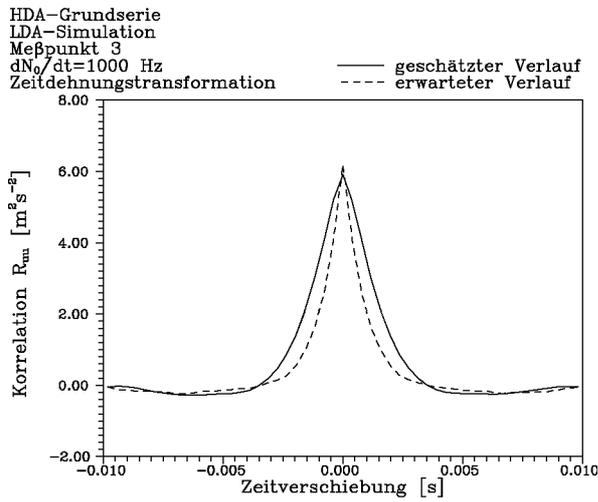


Abbildung A.3.1.64

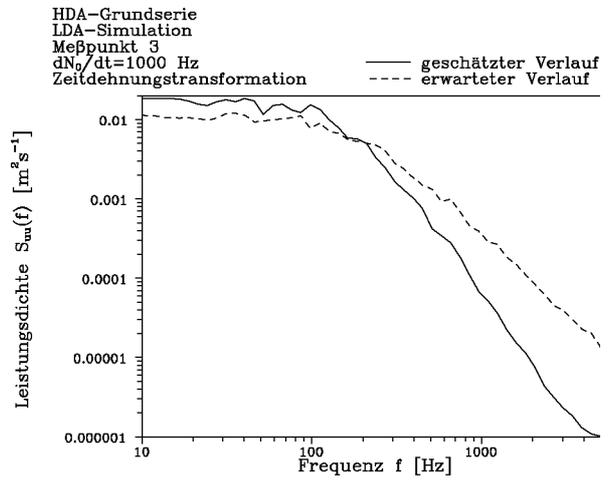


Abbildung A.3.1.65

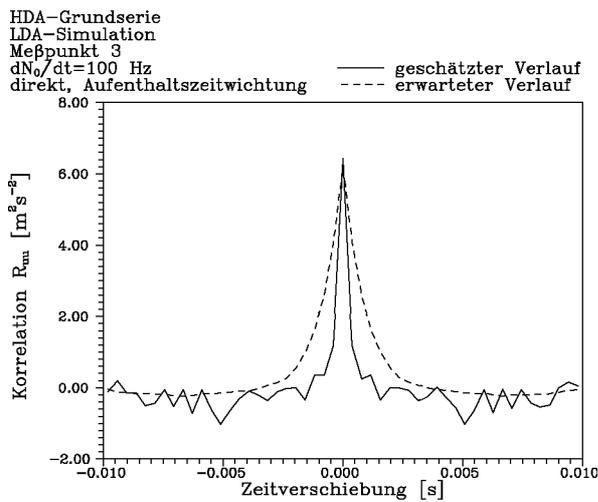


Abbildung A.3.1.66

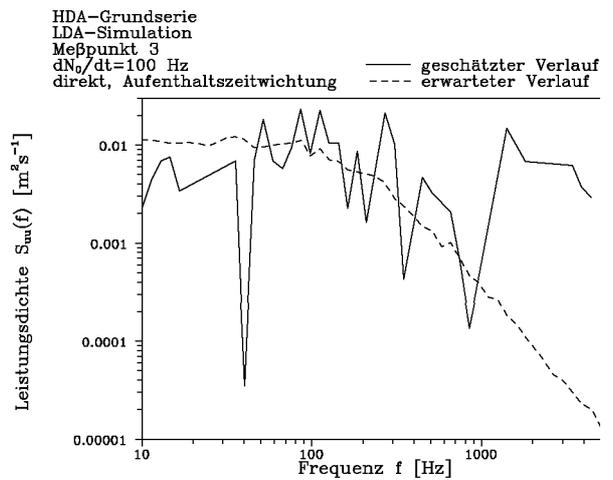


Abbildung A.3.1.67

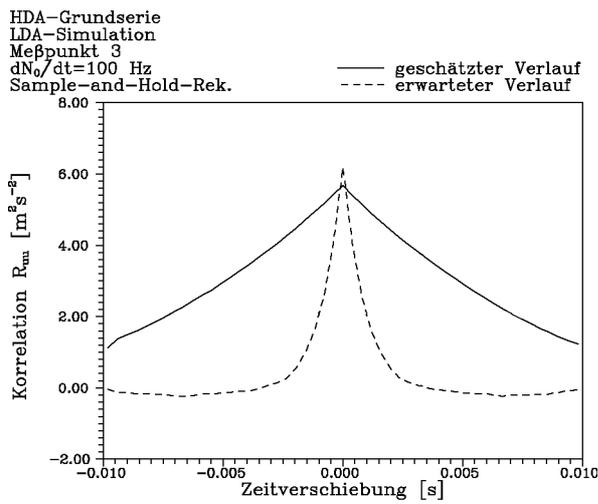


Abbildung A.3.1.68

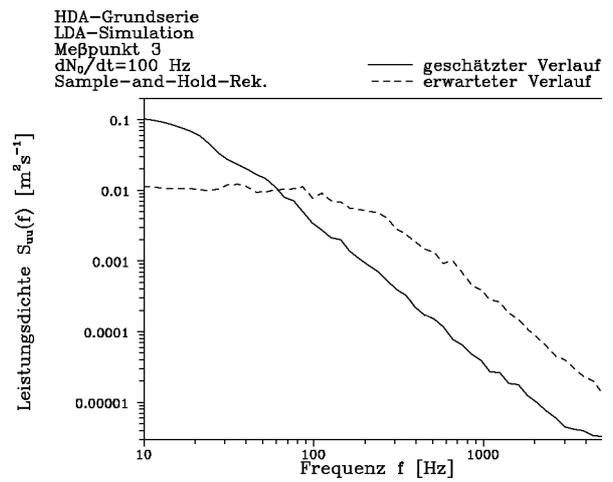


Abbildung A.3.1.69

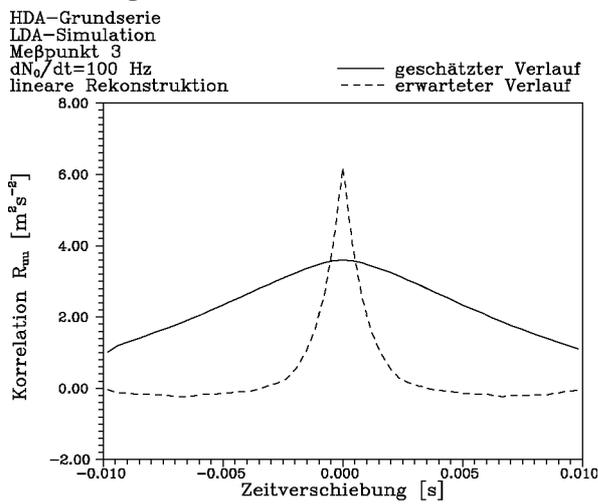


Abbildung A.3.1.70

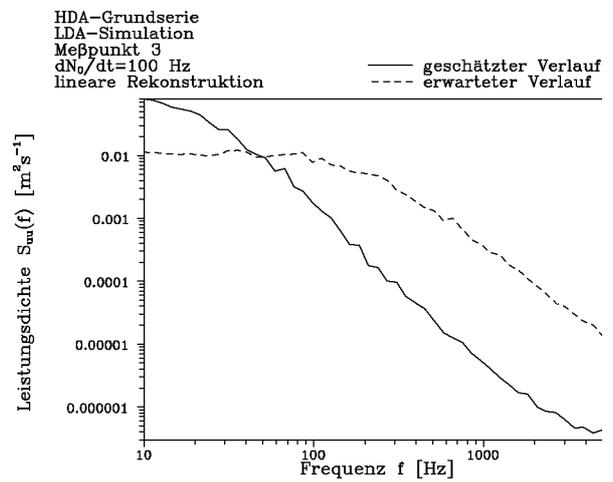


Abbildung A.3.1.71

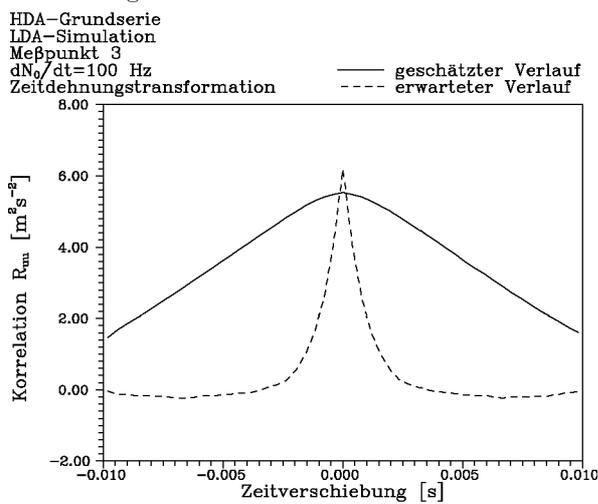
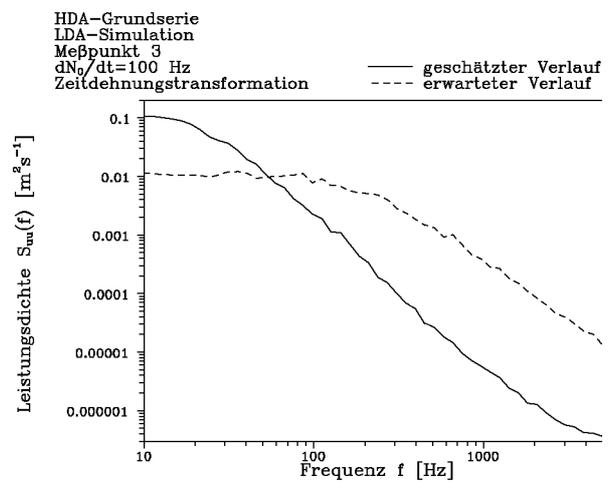


Abbildung A.3.1.72



A.3.2 Simulierte Grundserie/simulierte Teilchenserie

Abbildung		Meßpunkt	Meßvolumenrate [Hz]	Analyse	Schätzung		Referenz		Fehler	
Korrelation	Spektrum				Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [%]	Varianz [%]
A.3.2.1	A.3.2.2	1	9963.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	8.171	0.125	8.152	0.126	0.233	-0.556
A.3.2.3	A.3.2.4	1	10010.0	Sample-and-Hold-Rek.	8.151	0.127	8.152	0.126	-0.012	0.635
A.3.2.5	A.3.2.6	1	9995.0	lineare Rek.	8.150	0.123	8.152	0.126	-0.025	-1.984
A.3.2.7	A.3.2.8	1	10050.0	Zeitdehnungsrek.	8.158	0.132	8.152	0.126	0.074	4.365
A.3.2.9	A.3.2.10	1	1988.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	8.170	0.127	8.152	0.126	0.221	0.952
A.3.2.11	A.3.2.12	1	2017.0	Sample-and-Hold-Rek.	8.157	0.127	8.152	0.126	0.061	1.111
A.3.2.13	A.3.2.14	1	1993.0	lineare Rek.	8.156	0.114	8.152	0.126	0.049	-9.683
A.3.2.15	A.3.2.16	1	2002.0	Zeitdehnungsrek.	8.160	0.134	8.152	0.126	0.098	6.032
A.3.2.17	A.3.2.18	1	201.4	direkt, Aufenthaltszeitw.	8.194	0.119	8.152	0.126	0.515	-5.317
A.3.2.19	A.3.2.20	1	202.6	Sample-and-Hold-Rek.	8.189	0.118	8.152	0.126	0.454	-6.667
A.3.2.21	A.3.2.22	1	194.4	lineare Rek.	8.158	0.082	8.152	0.126	0.074	-35.016
A.3.2.23	A.3.2.24	1	203.4	Zeitdehnungsrek.	8.169	0.117	8.152	0.126	0.209	-7.302
A.3.2.25	A.3.2.26	2	9903.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	6.654	2.568	6.200	2.784	7.323	-7.759
A.3.2.27	A.3.2.28	2	9950.0	Sample-and-Hold-Rek.	6.245	2.729	6.200	2.784	0.726	-1.976
A.3.2.29	A.3.2.30	2	9974.0	lineare Rek.	6.242	2.664	6.200	2.784	0.677	-4.310
A.3.2.31	A.3.2.32	2	9845.0	Zeitdehnungsrek.	6.219	2.684	6.200	2.784	0.306	-3.592
A.3.2.33	A.3.2.34	2	1977.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	6.648	2.577	6.200	2.784	7.226	-7.435
A.3.2.35	A.3.2.36	2	1981.0	Sample-and-Hold-Rek.	6.288	2.625	6.200	2.784	1.419	-5.711
A.3.2.37	A.3.2.38	2	1982.0	lineare Rek.	6.296	2.391	6.200	2.784	1.548	-14.116
A.3.2.39	A.3.2.40	2	1959.0	Zeitdehnungsrek.	6.305	2.488	6.200	2.784	1.694	-10.632
A.3.2.41	A.3.2.42	2	193.3	direkt, Aufenthaltszeitw.	6.649	2.507	6.200	2.784	7.242	-9.950
A.3.2.43	A.3.2.44	2	195.7	Sample-and-Hold-Rek.	6.601	2.426	6.200	2.784	6.468	-12.859
A.3.2.45	A.3.2.46	2	201.7	lineare Rek.	6.478	1.627	6.200	2.784	4.484	-41.559
A.3.2.47	A.3.2.48	2	207.9	Zeitdehnungsrek.	6.602	2.221	6.200	2.784	6.484	-20.223
A.3.2.49	A.3.2.50	3	10110.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	6.571	5.125	5.468	6.123	20.172	-16.299
A.3.2.51	A.3.2.52	3	10100.0	Sample-and-Hold-Rek.	5.661	5.459	5.468	6.123	3.530	-10.844
A.3.2.53	A.3.2.54	3	10120.0	lineare Rek.	5.664	5.023	5.468	6.123	3.584	-17.965
A.3.2.55	A.3.2.56	3	10050.0	Zeitdehnungsrek.	5.645	5.278	5.468	6.123	3.237	-13.800
A.3.2.57	A.3.2.58	3	1002.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	6.529	5.008	5.468	6.123	19.404	-18.210
A.3.2.59	A.3.2.60	3	1002.0	Sample-and-Hold-Rek.	6.134	5.076	5.468	6.123	12.180	-17.099
A.3.2.61	A.3.2.62	3	1023.0	lineare Rek.	6.143	3.697	5.468	6.123	12.345	-39.621
A.3.2.63	A.3.2.64	3	1013.0	Zeitdehnungsrek.	6.130	4.569	5.468	6.123	12.107	-25.380
A.3.2.65	A.3.2.66	3	101.1	direkt, Aufenthaltszeitw.	6.504	5.317	5.468	6.123	18.947	-13.163
A.3.2.67	A.3.2.68	3	99.2	Sample-and-Hold-Rek.	6.365	4.576	5.468	6.123	16.405	-25.265
A.3.2.69	A.3.2.70	3	103.0	lineare Rek.	6.533	2.903	5.468	6.123	19.477	-52.589
A.3.2.71	A.3.2.72	3	102.5	Zeitdehnungsrek.	6.666	4.137	5.468	6.123	21.909	-32.435

Abbildung A.3.2.1

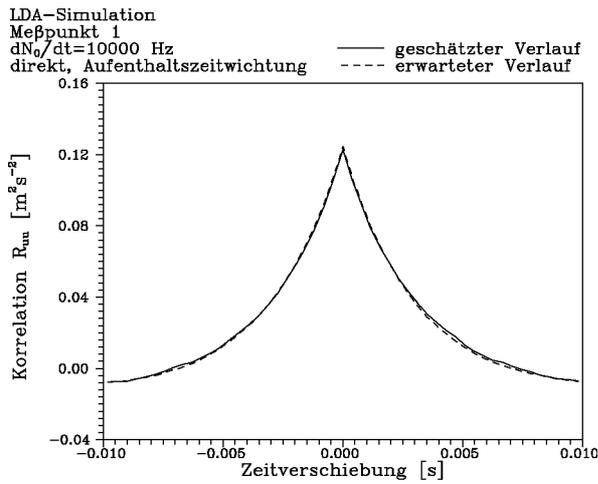


Abbildung A.3.2.2

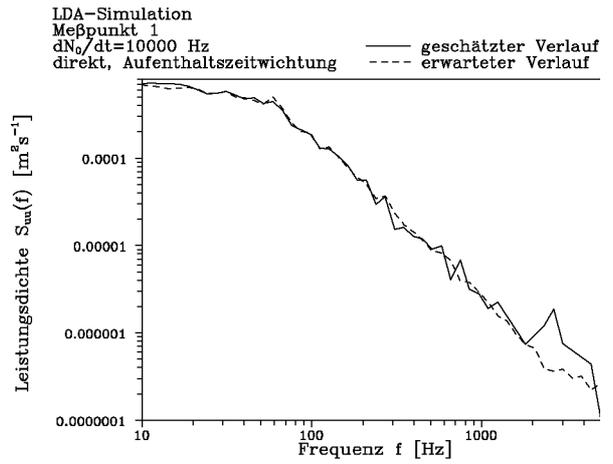


Abbildung A.3.2.3

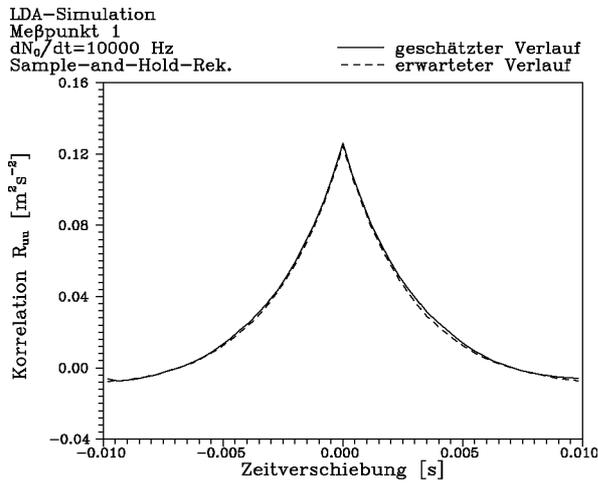


Abbildung A.3.2.4

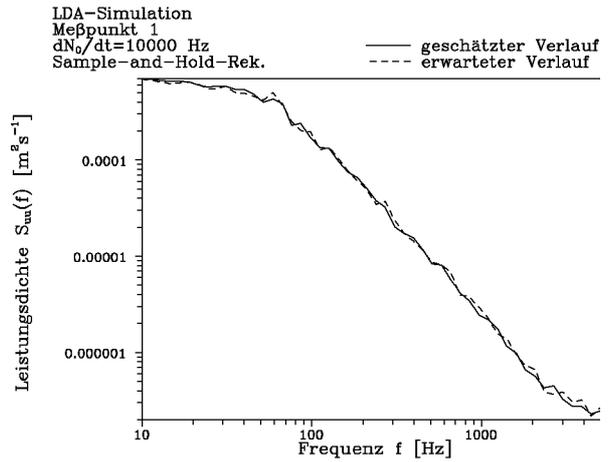


Abbildung A.3.2.5

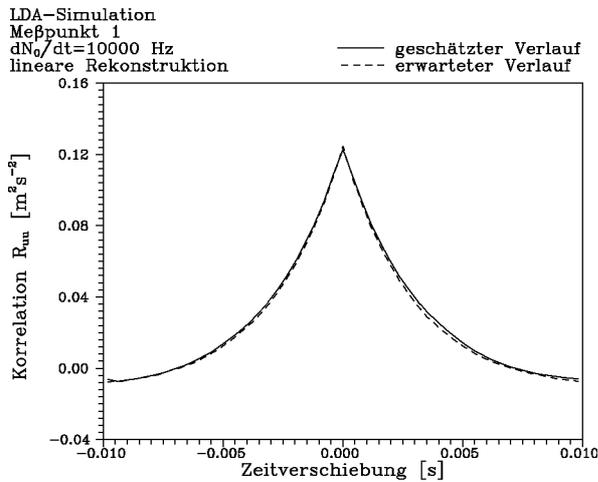


Abbildung A.3.2.6

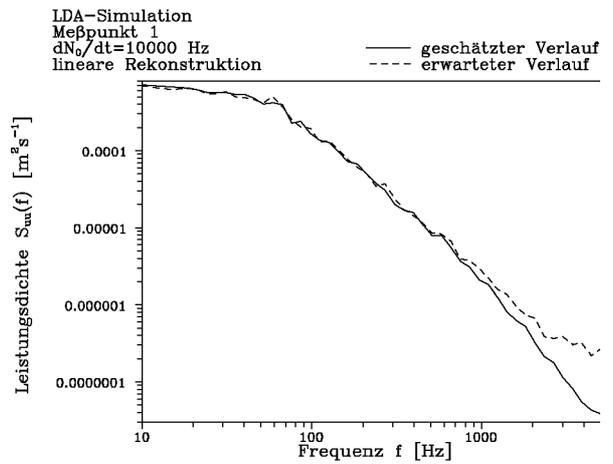


Abbildung A.3.2.7

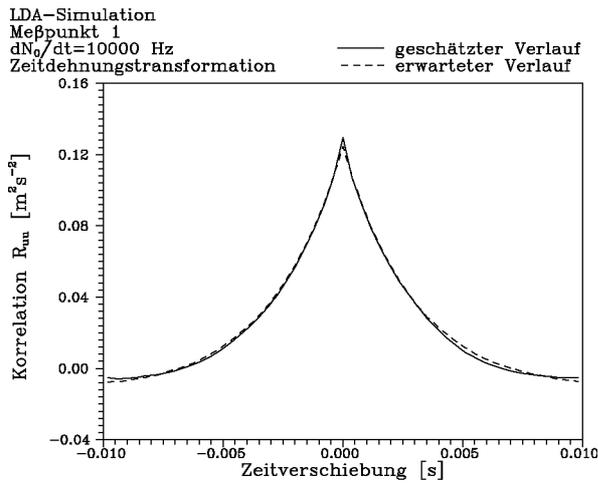


Abbildung A.3.2.8

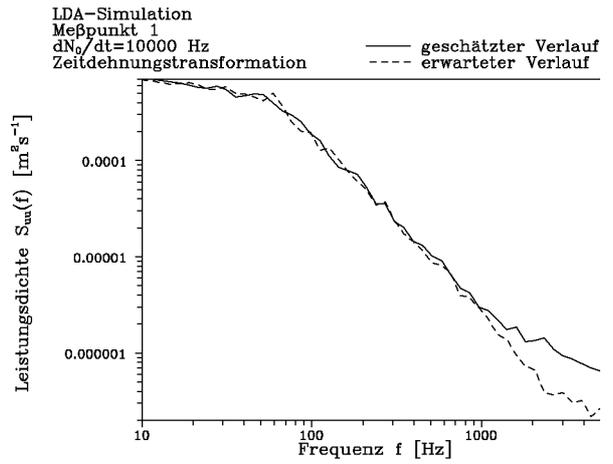


Abbildung A.3.2.9

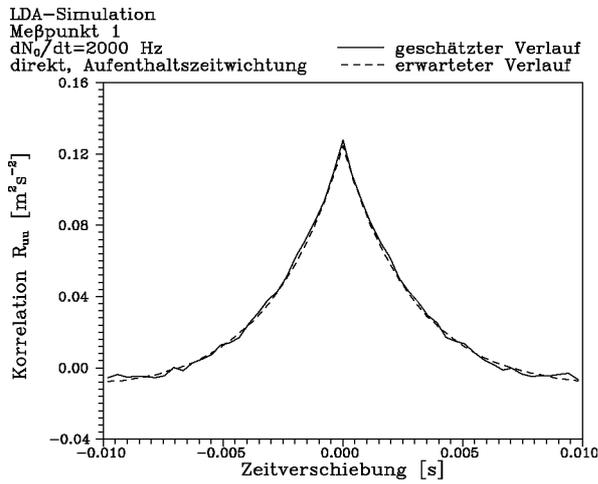


Abbildung A.3.2.10

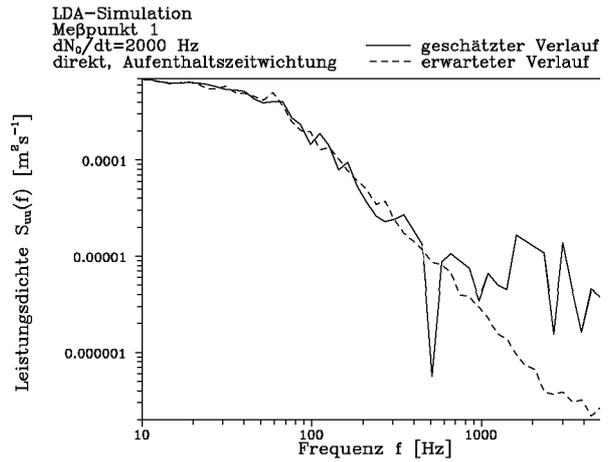


Abbildung A.3.2.11

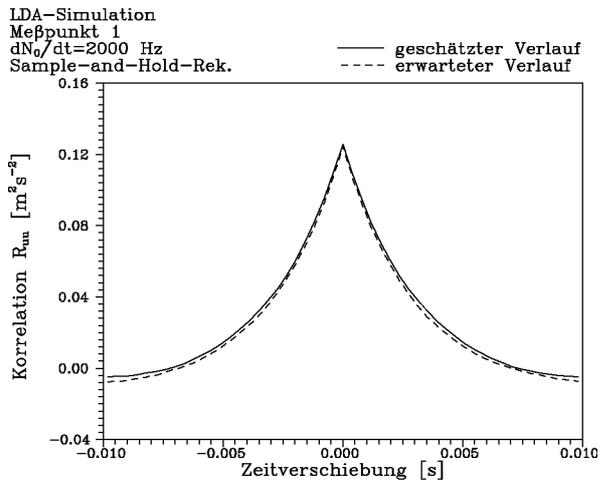


Abbildung A.3.2.12

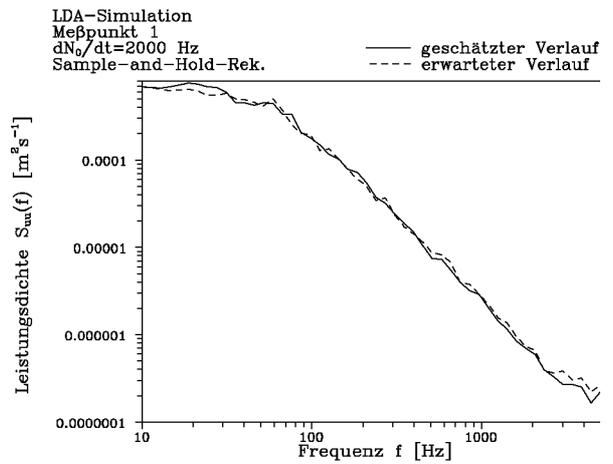


Abbildung A.3.2.13

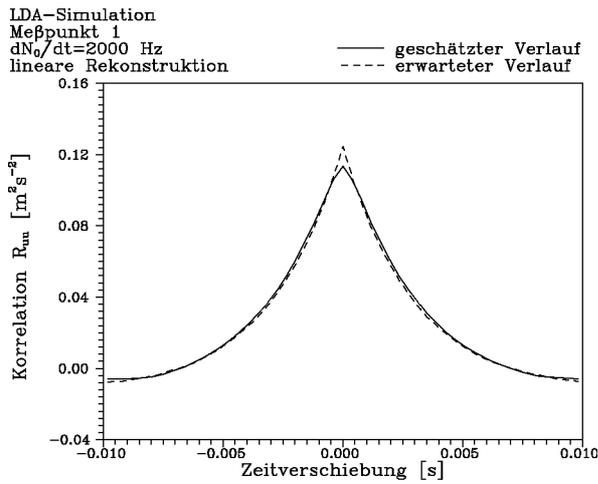


Abbildung A.3.2.14

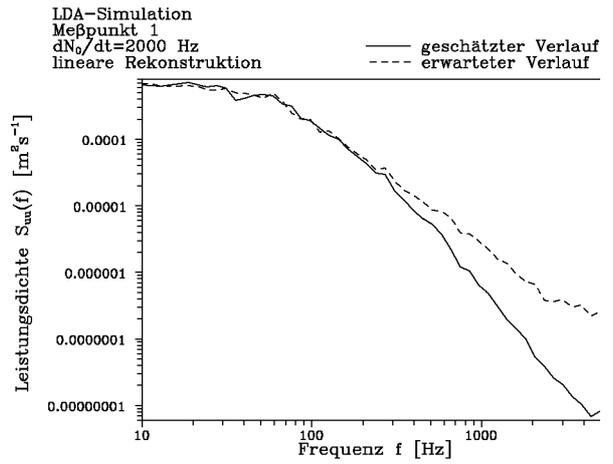


Abbildung A.3.2.15

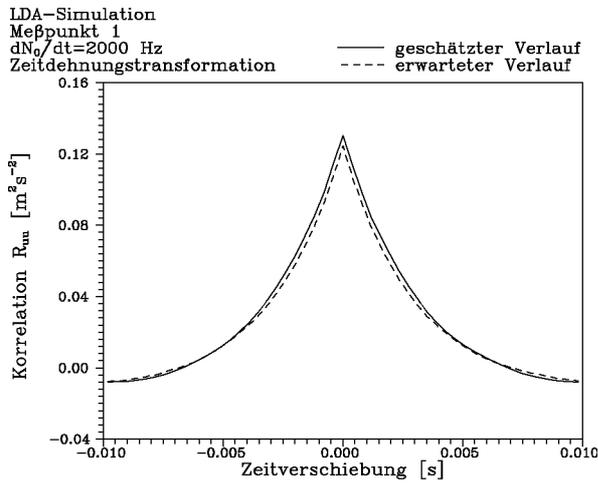


Abbildung A.3.2.16

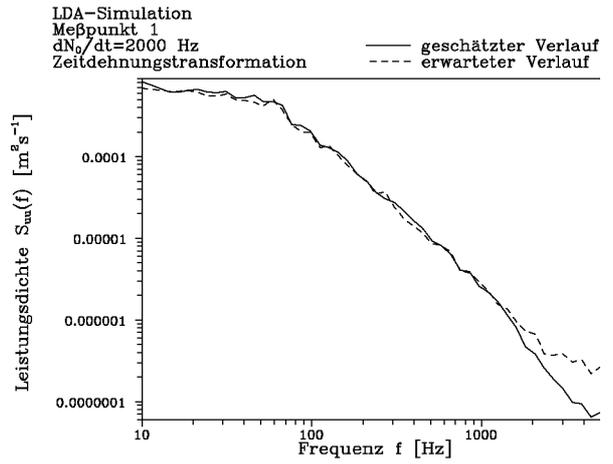


Abbildung A.3.2.17

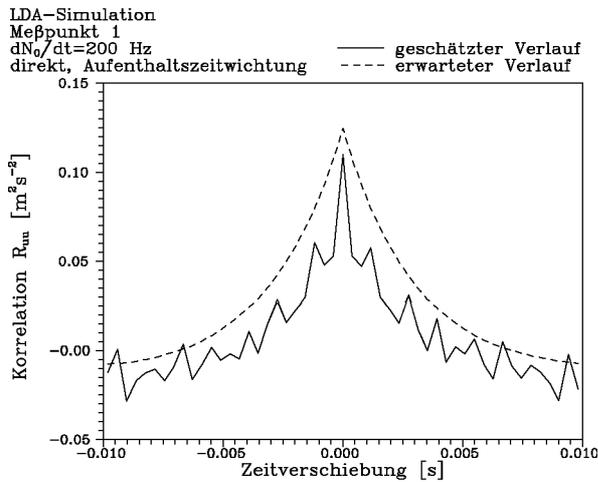


Abbildung A.3.2.18

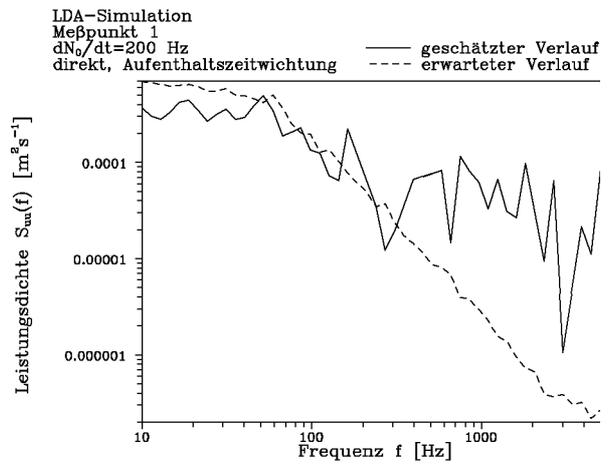


Abbildung A.3.2.19

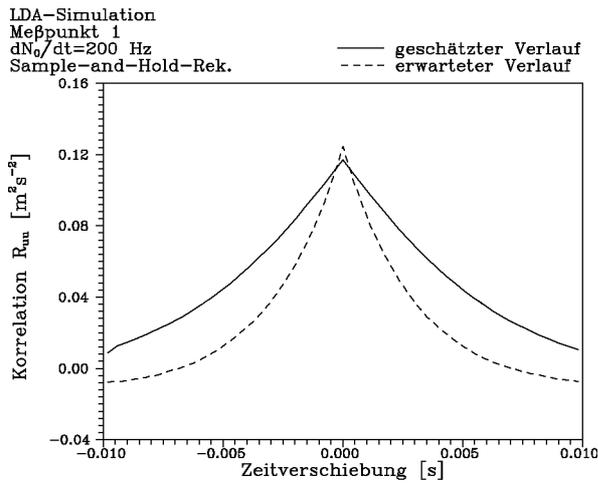


Abbildung A.3.2.20

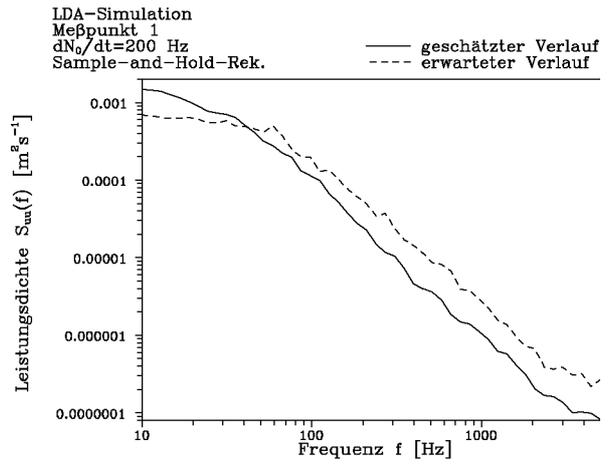


Abbildung A.3.2.21

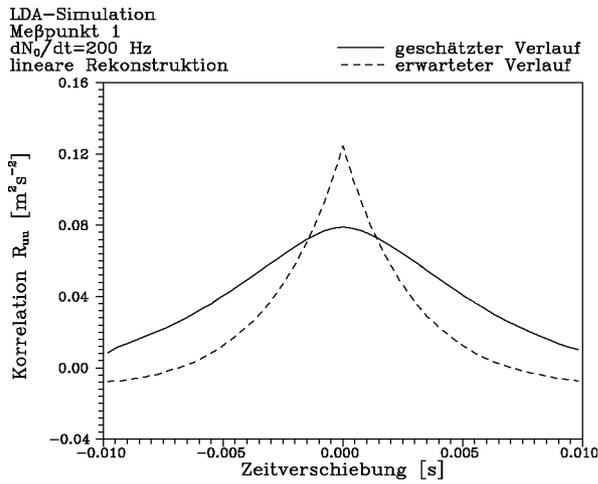


Abbildung A.3.2.22

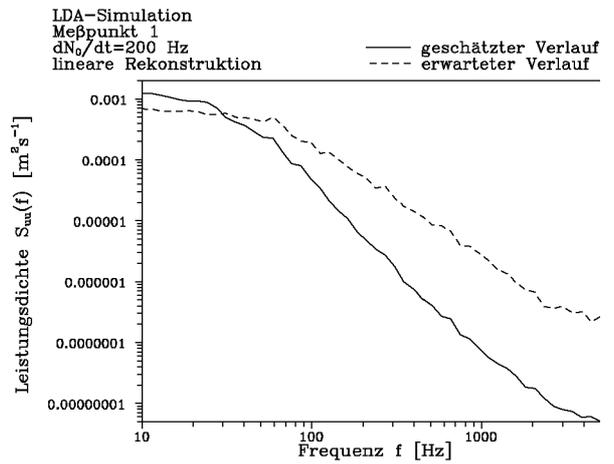


Abbildung A.3.2.23

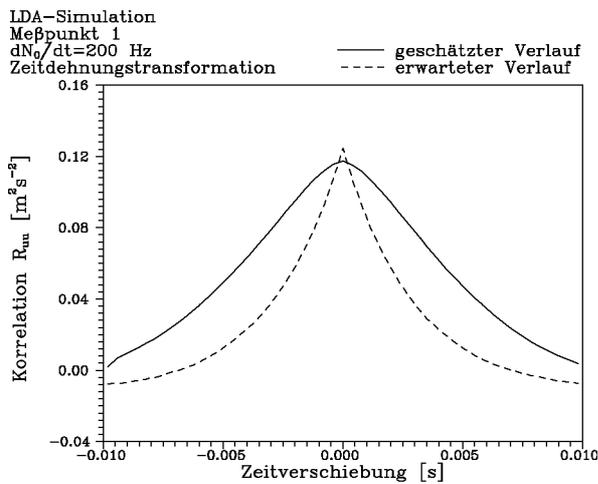


Abbildung A.3.2.24

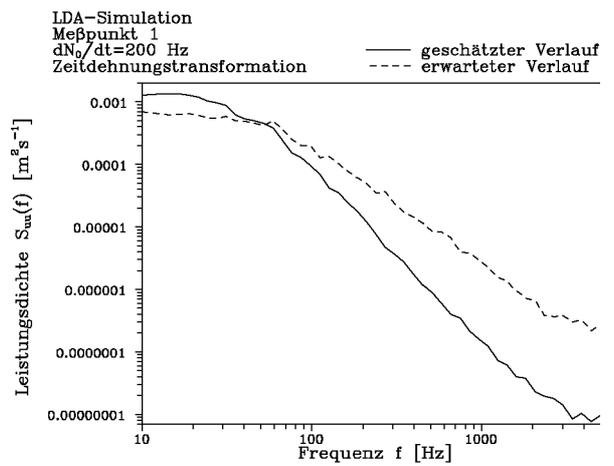


Abbildung A.3.2.25

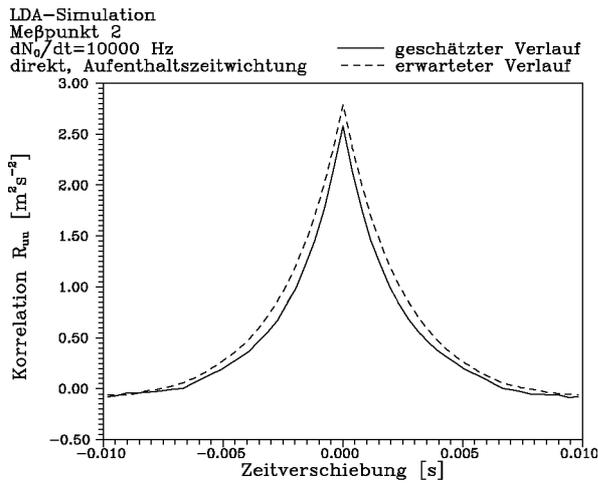


Abbildung A.3.2.26

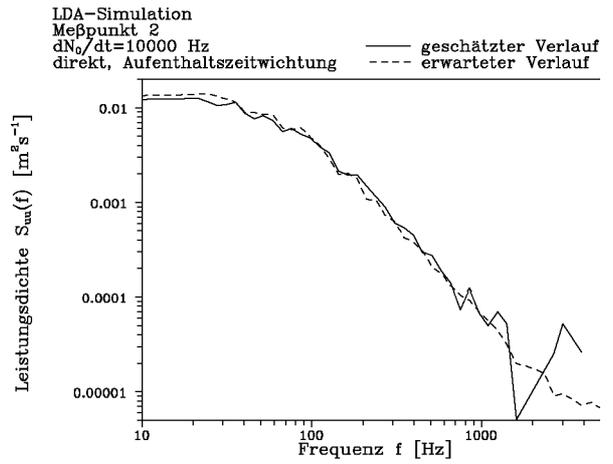


Abbildung A.3.2.27

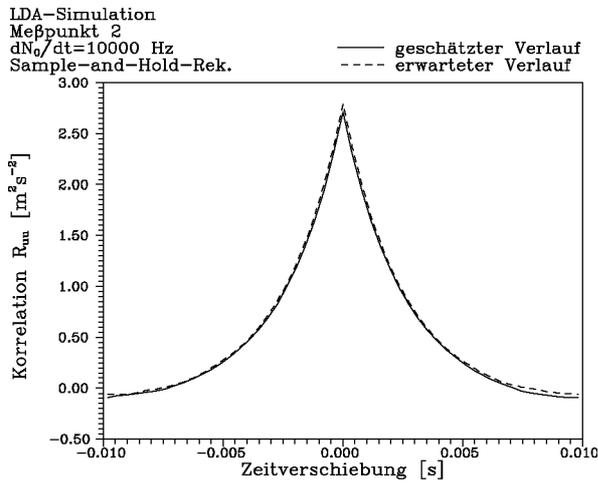


Abbildung A.3.2.28

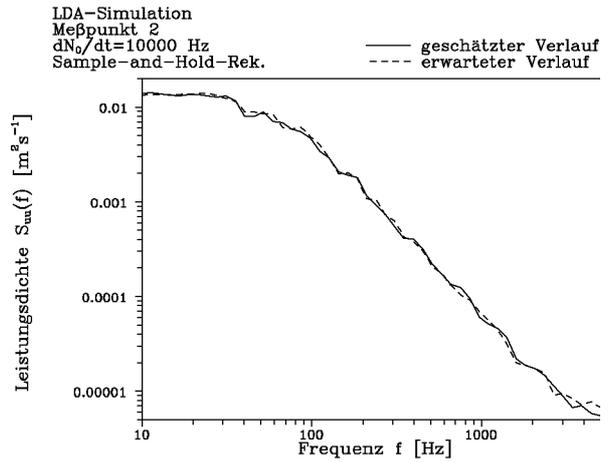


Abbildung A.3.2.29

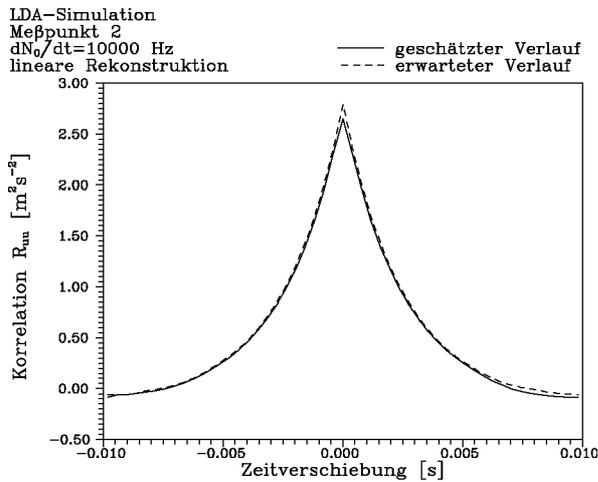


Abbildung A.3.2.30

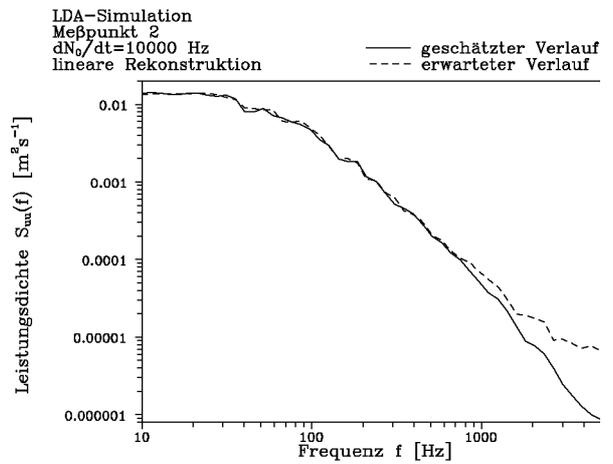


Abbildung A.3.2.31

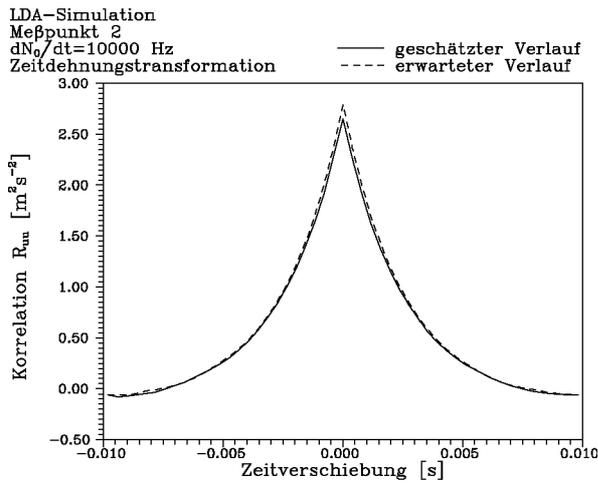


Abbildung A.3.2.32

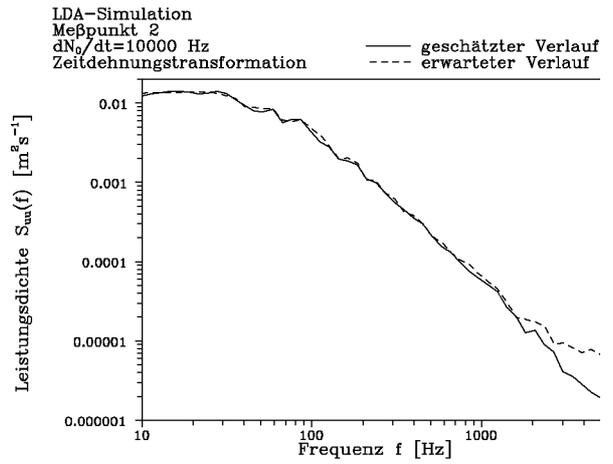


Abbildung A.3.2.33

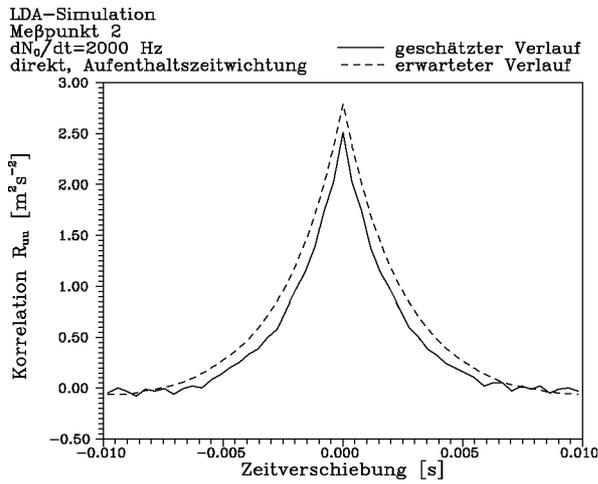


Abbildung A.3.2.34

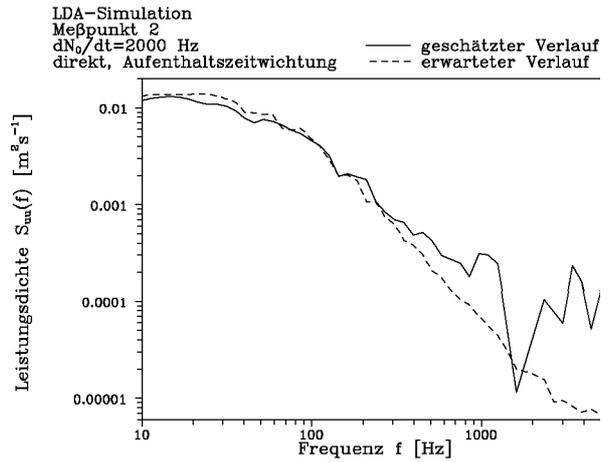


Abbildung A.3.2.35

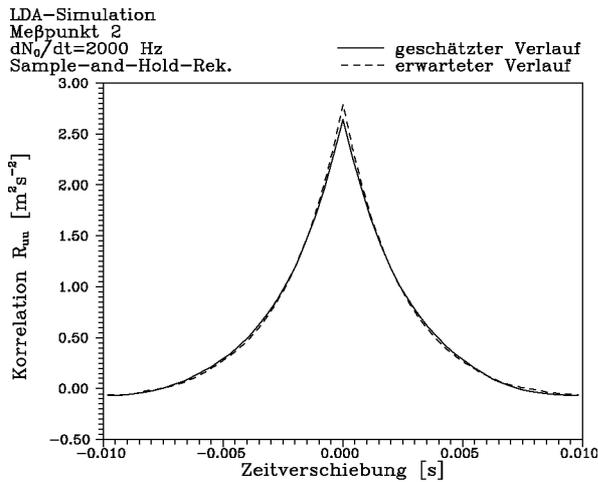


Abbildung A.3.2.36

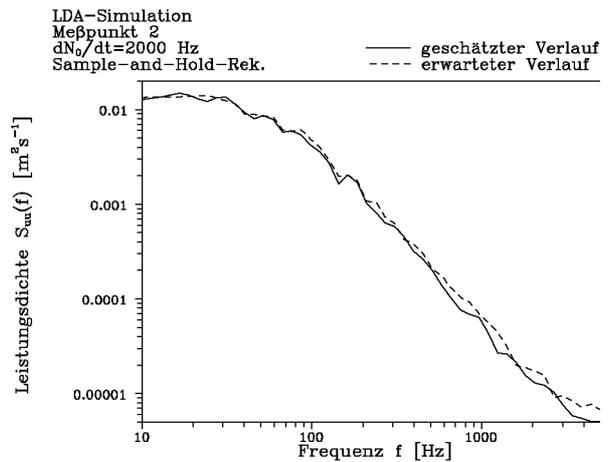


Abbildung A.3.2.37

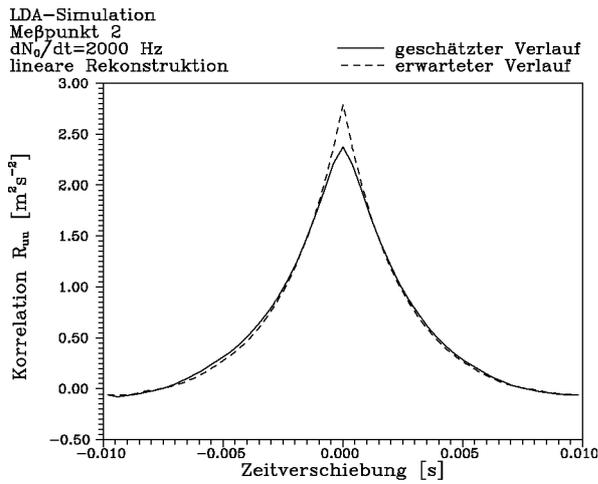


Abbildung A.3.2.38

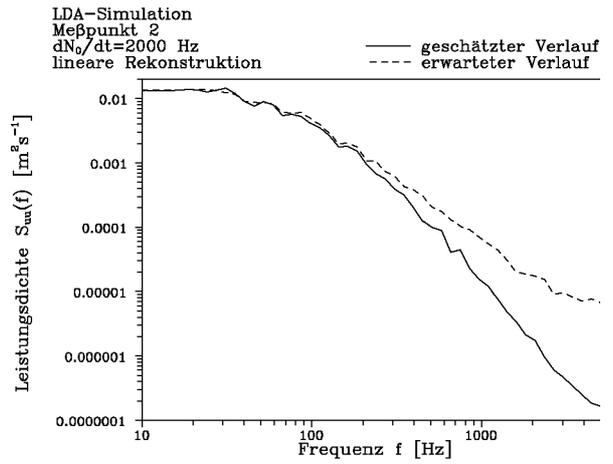


Abbildung A.3.2.39

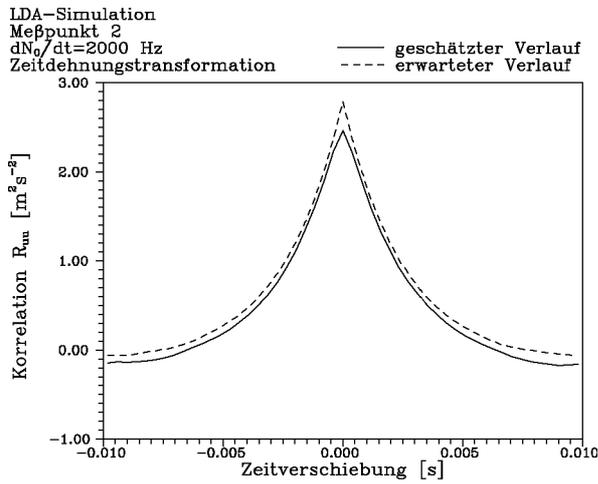


Abbildung A.3.2.40

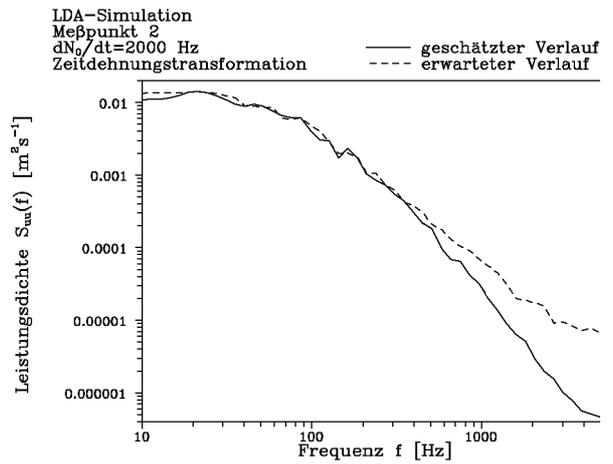


Abbildung A.3.2.41

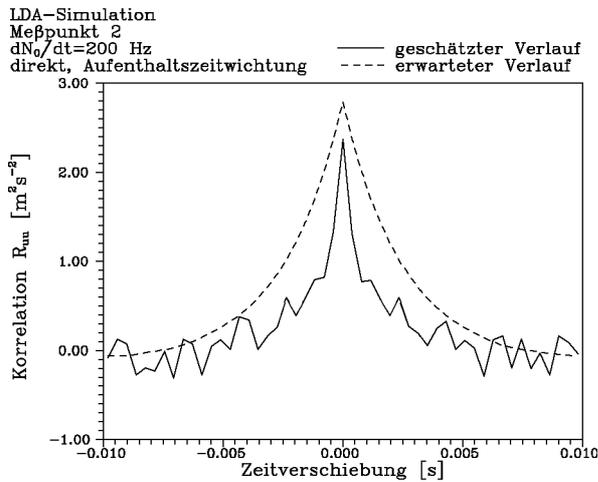


Abbildung A.3.2.42

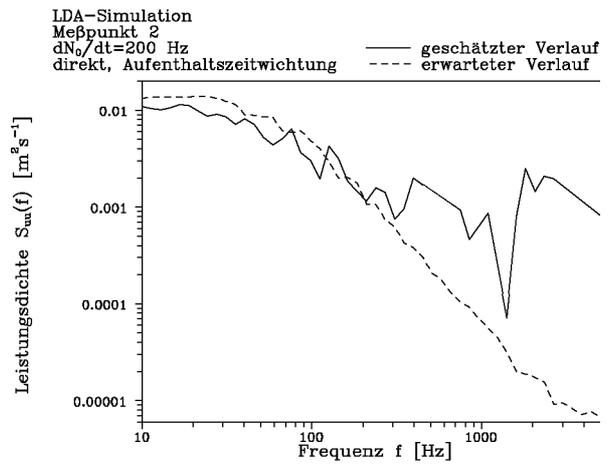


Abbildung A.3.2.43

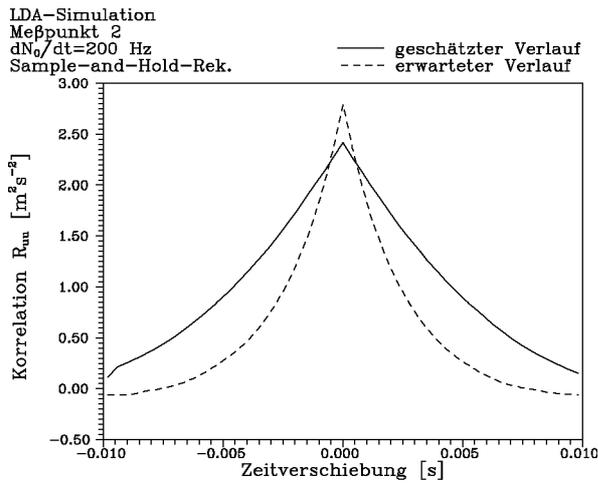


Abbildung A.3.2.44

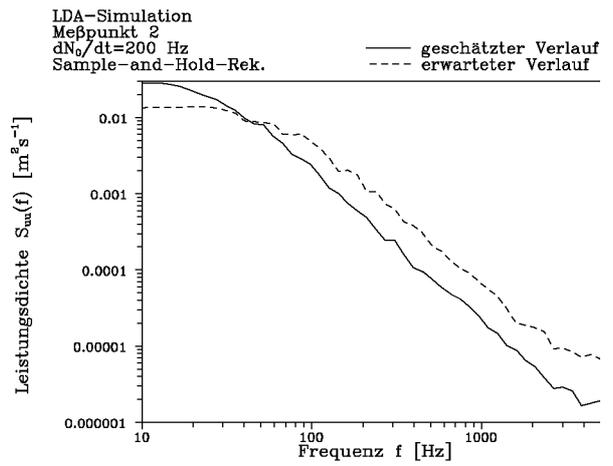


Abbildung A.3.2.45

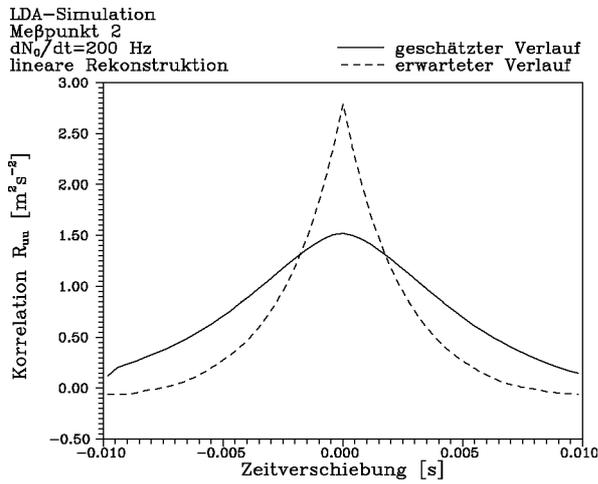


Abbildung A.3.2.46

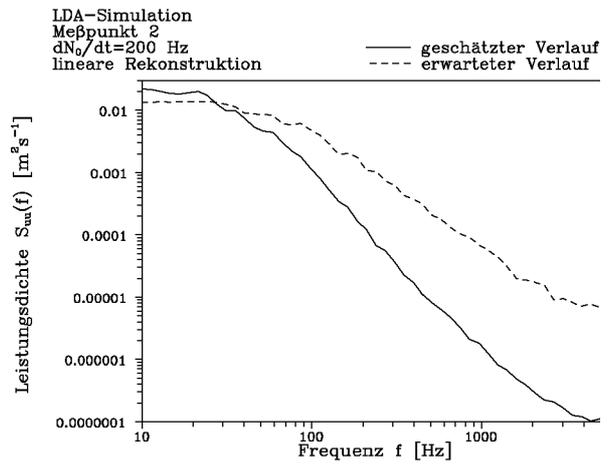


Abbildung A.3.2.47

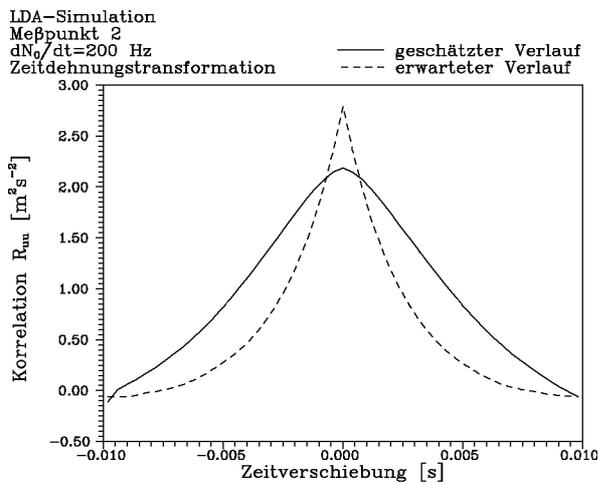


Abbildung A.3.2.48

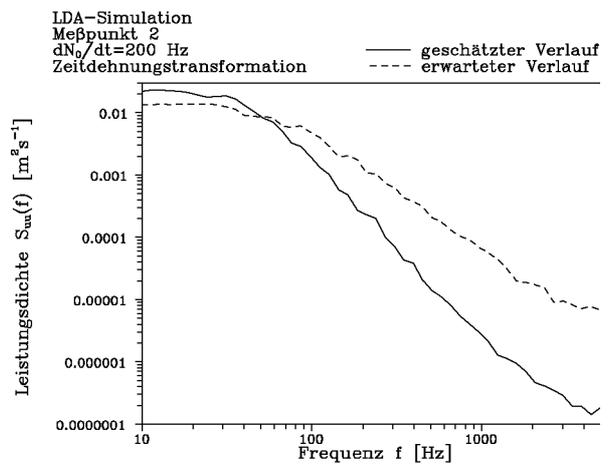


Abbildung A.3.2.49

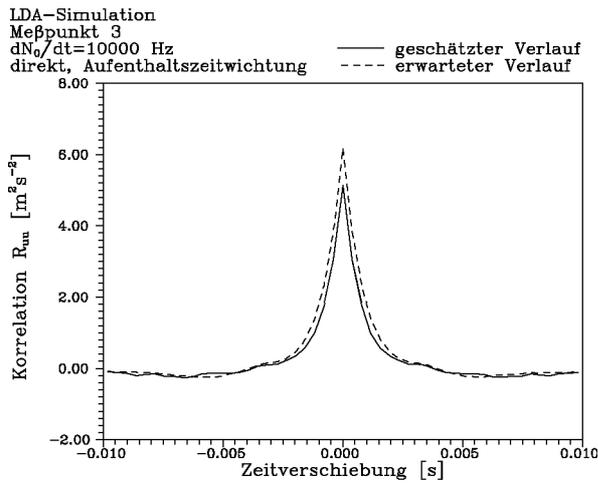


Abbildung A.3.2.50

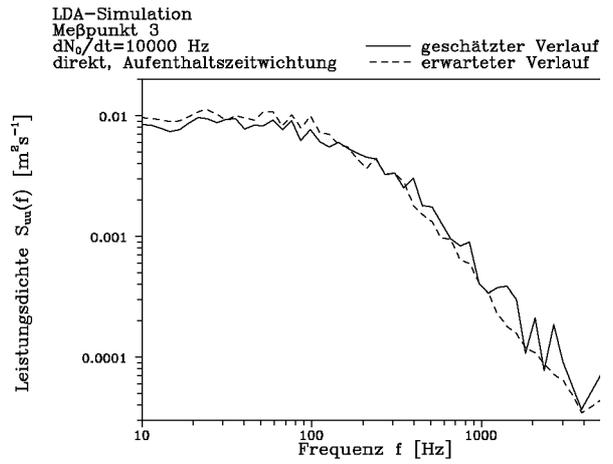


Abbildung A.3.2.51

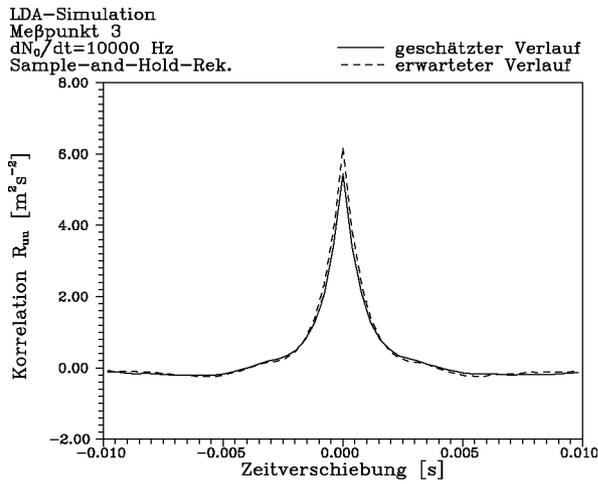


Abbildung A.3.2.52

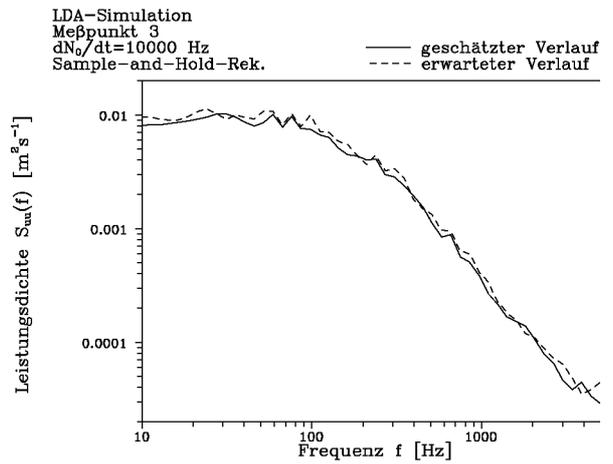


Abbildung A.3.2.53

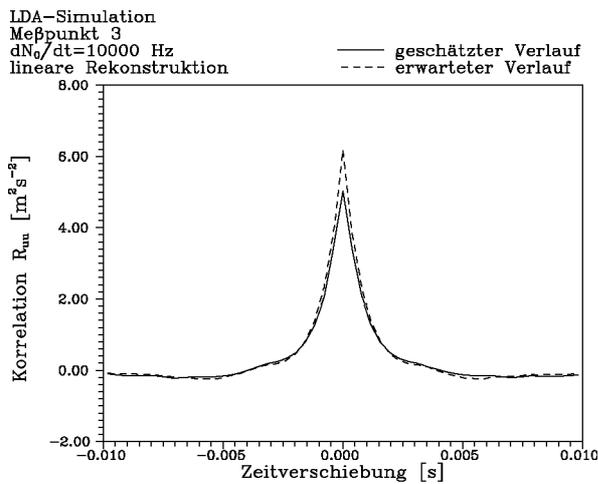


Abbildung A.3.2.54

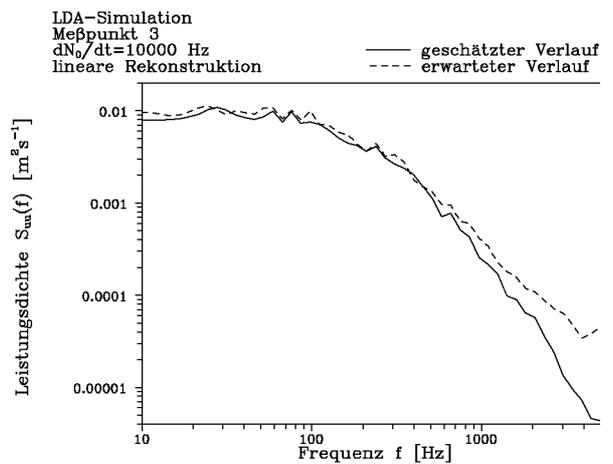


Abbildung A.3.2.55

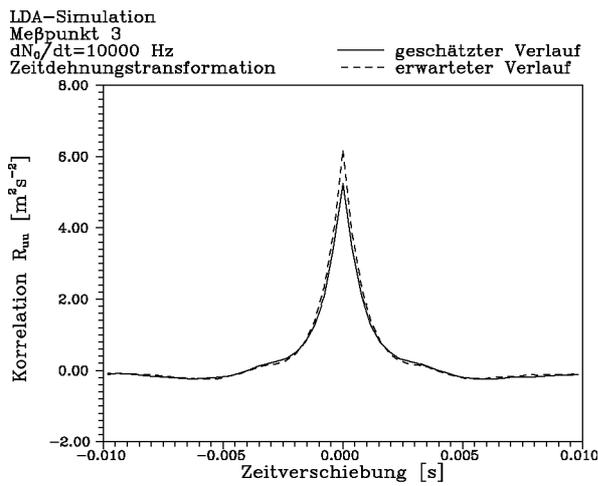


Abbildung A.3.2.56

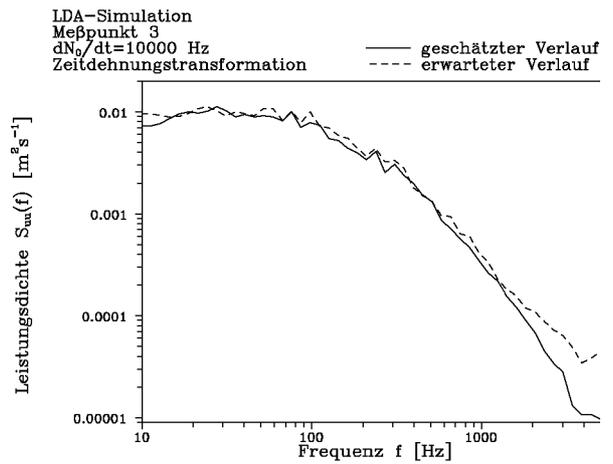


Abbildung A.3.2.57

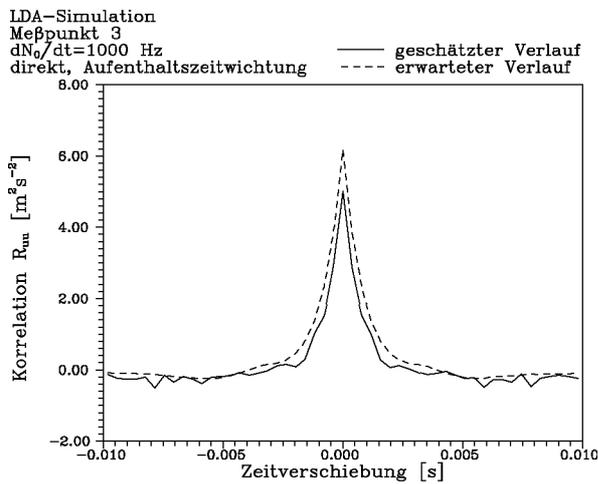


Abbildung A.3.2.58

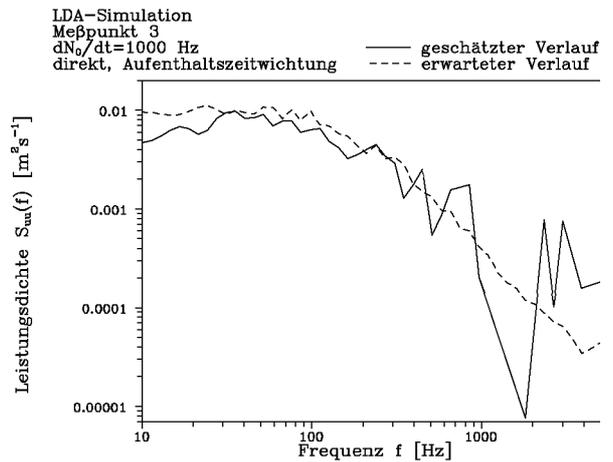


Abbildung A.3.2.59

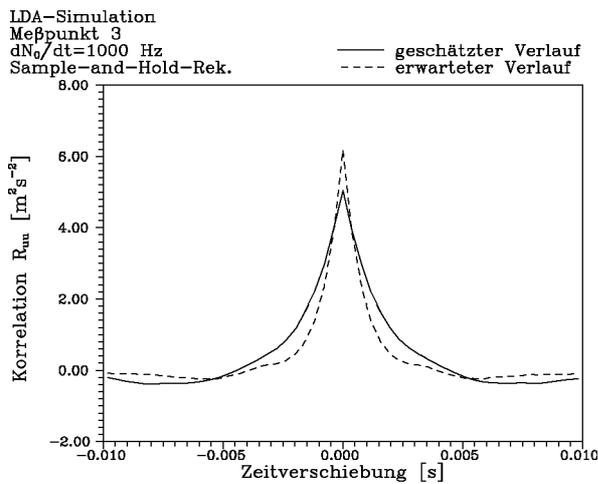


Abbildung A.3.2.60

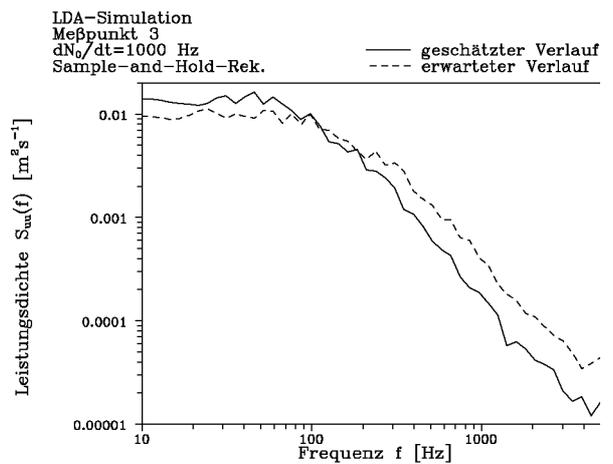


Abbildung A.3.2.61

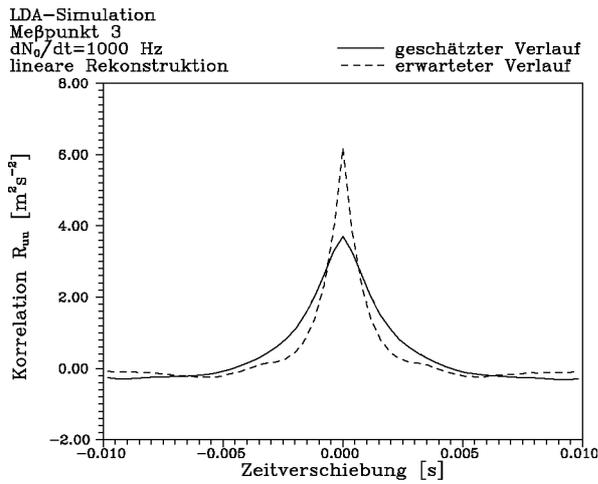


Abbildung A.3.2.62

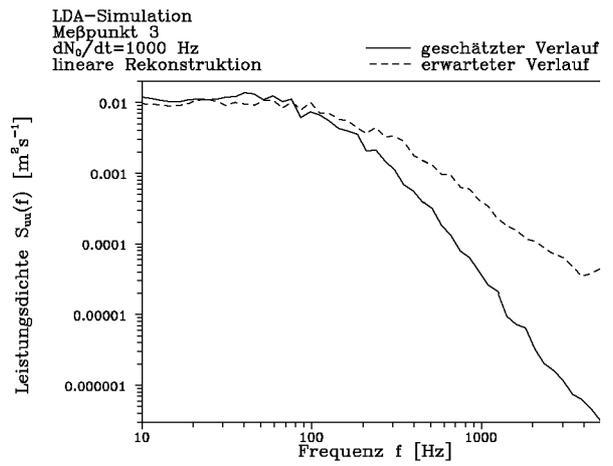


Abbildung A.3.2.63

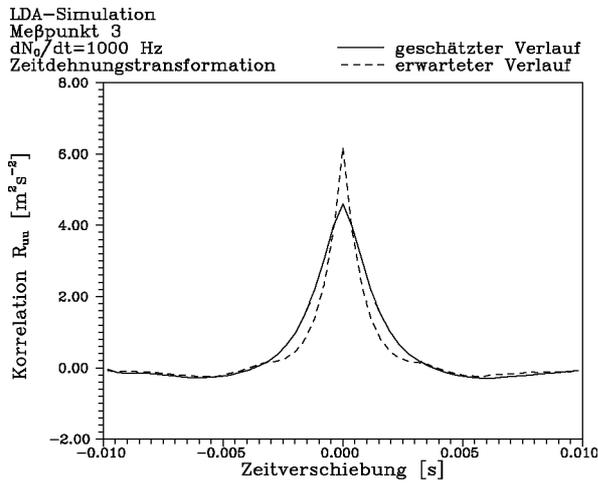


Abbildung A.3.2.64

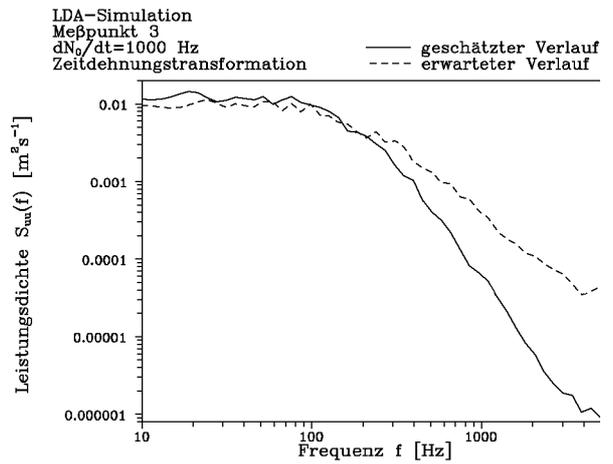


Abbildung A.3.2.65

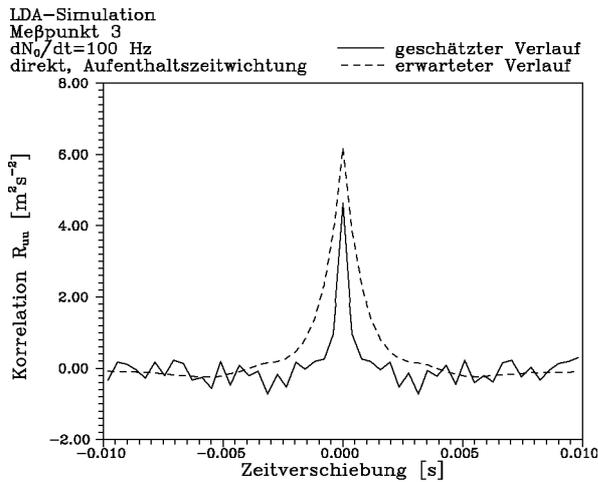


Abbildung A.3.2.66

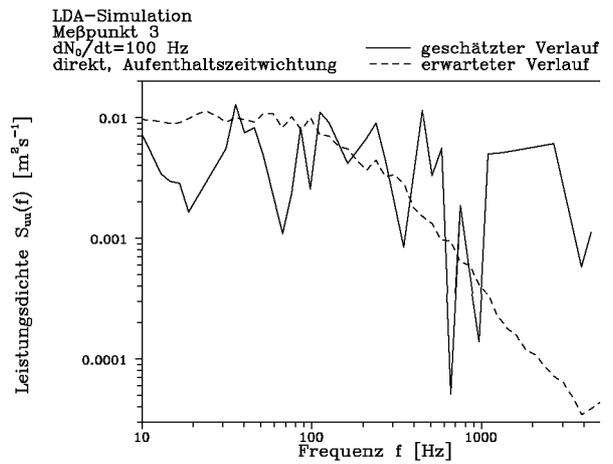


Abbildung A.3.2.67

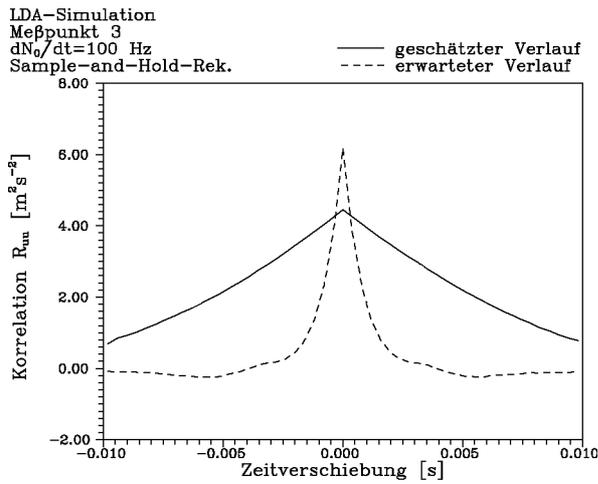


Abbildung A.3.2.68

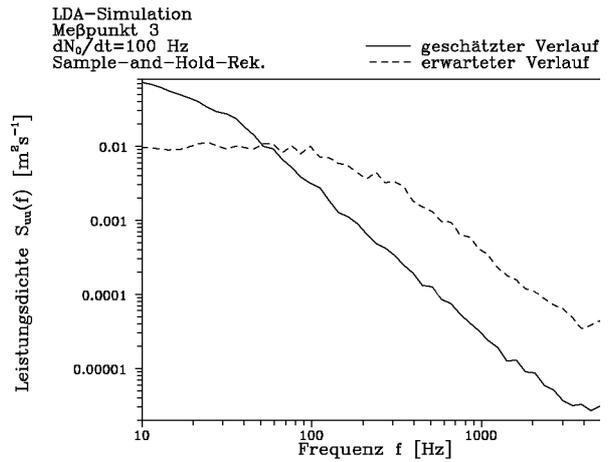


Abbildung A.3.2.69

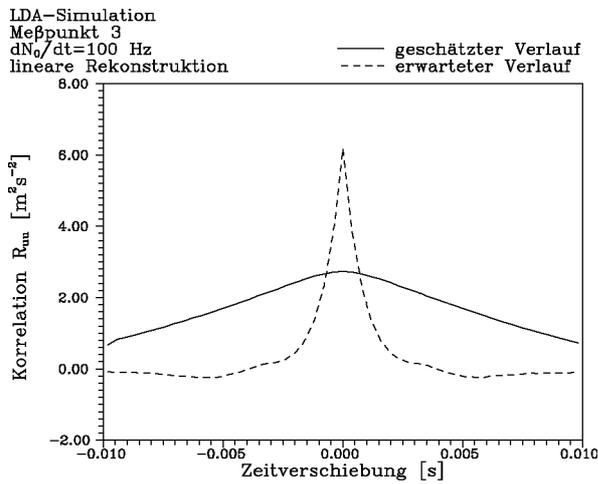


Abbildung A.3.2.70

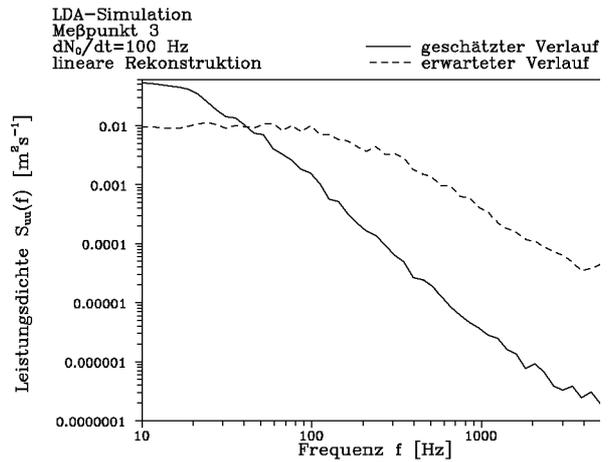


Abbildung A.3.2.71

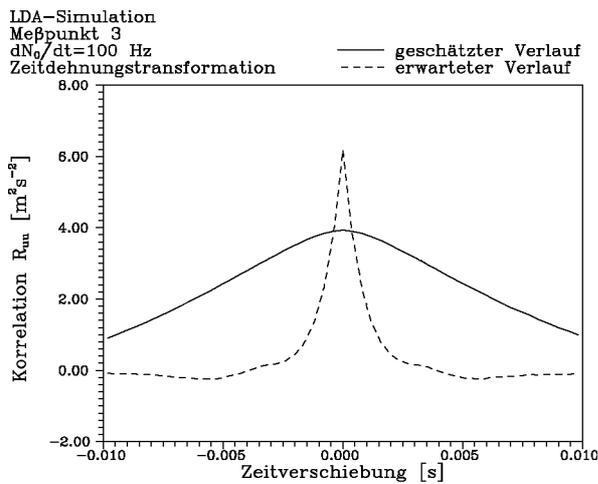
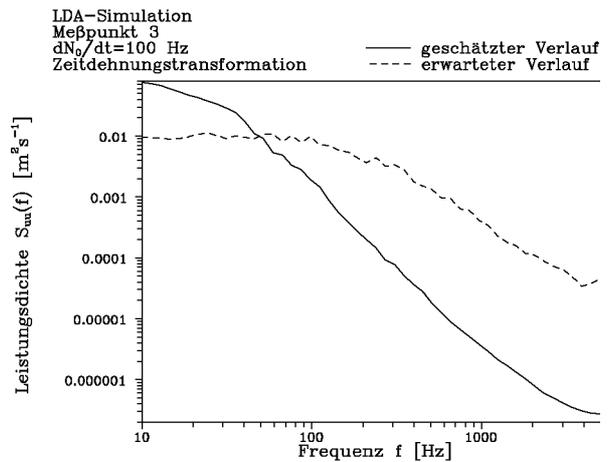


Abbildung A.3.2.72



A.3.3 Gemessene LDA-Daten

Abbildung		Meßpunkt	Meßvolumenrate [Hz]	Analyse	Schätzung		Referenz		Fehler	
Korrelation	Spektrum				Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [$\frac{m}{s}$]	Varianz [$\frac{m^2}{s^2}$]	Mittelwert [%]	Varianz [%]
A.3.3.1	A.3.3.2	1	228.3	direkt, Aufenthaltszeitw.	8.354	0.150	8.183	0.138	2.090	9.455
A.3.3.3	A.3.3.4	1	228.1	Sample-and-Hold-Rek.	8.384	0.146	8.183	0.138	2.456	5.964
A.3.3.5	A.3.3.6	1	228.1	lineare Rek.	8.374	0.096	8.183	0.138	2.334	-30.393
A.3.3.7	A.3.3.8	1	226.7	Zeitdehnungsrek.	8.345	0.170	8.183	0.138	1.980	23.491
A.3.3.9	A.3.3.10	1	226.7	POCS ($B = 120Hz$)	8.355	0.247	8.183	0.138	2.102	80.000
A.3.3.11	A.3.3.12	2	200.0	direkt, Aufenthaltszeitw.	5.978	4.376	6.289	2.828	-4.945	54.738
A.3.3.13	A.3.3.14	2	199.0	Sample-and-Hold-Rek.	6.674	3.407	6.289	2.828	6.122	20.474
A.3.3.15	A.3.3.16	2	199.0	lineare Rek.	6.618	2.258	6.289	2.828	5.231	-20.156
A.3.3.17	A.3.3.18	2	207.5	Zeitdehnungsrek.	6.601	3.256	6.289	2.828	4.961	15.134
A.3.3.19	A.3.3.20	2	207.5	POCS ($B = 100Hz$)	6.604	3.418	6.289	2.828	5.009	20.863
A.3.3.21	A.3.3.22	3	88.9	direkt, Aufenthaltszeitw.	5.579	9.110	5.494	6.205	1.547	46.817
A.3.3.23	A.3.3.24	3	89.8	Sample-and-Hold-Rek.	6.907	7.945	5.494	6.205	25.719	28.042
A.3.3.25	A.3.3.26	3	89.7	lineare Rek.	6.815	5.318	5.494	6.205	24.044	-14.295
A.3.3.27	A.3.3.28	3	102.3	Zeitdehnungsrek.	6.665	7.792	5.494	6.205	21.314	25.576
A.3.3.29	A.3.3.30	3	102.3	POCS ($B = 50Hz$)	6.666	7.384	5.494	6.205	21.332	19.001

Abbildung A.3.3.1

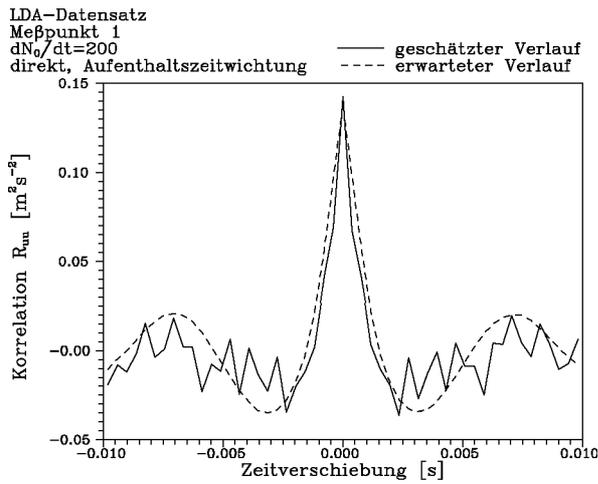


Abbildung A.3.3.2

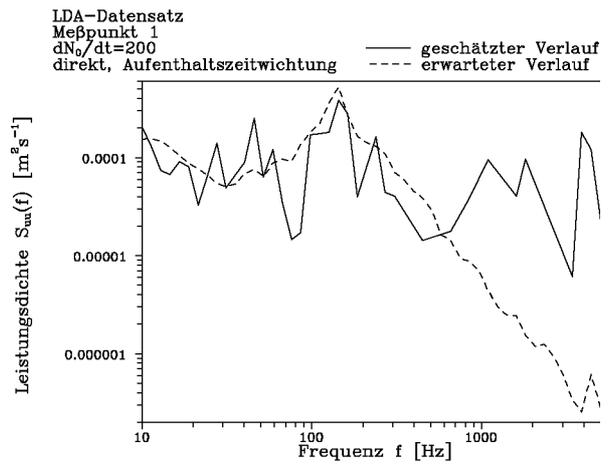


Abbildung A.3.3.3

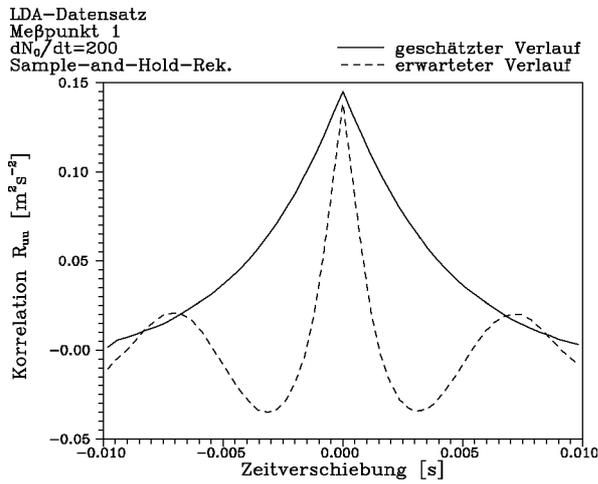


Abbildung A.3.3.4

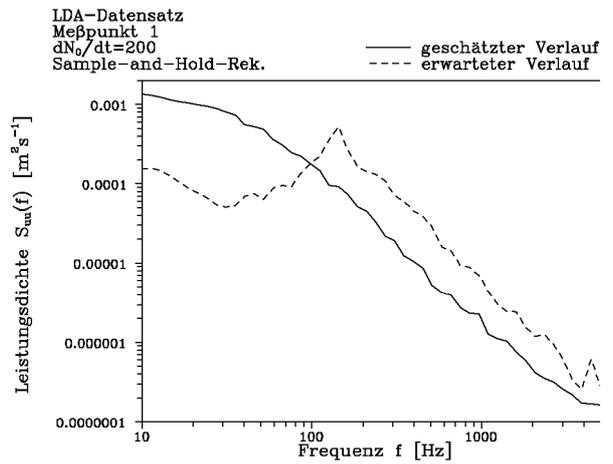


Abbildung A.3.3.5

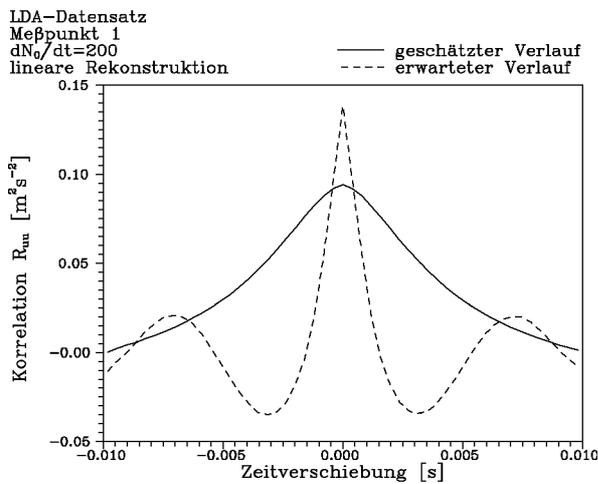


Abbildung A.3.3.6

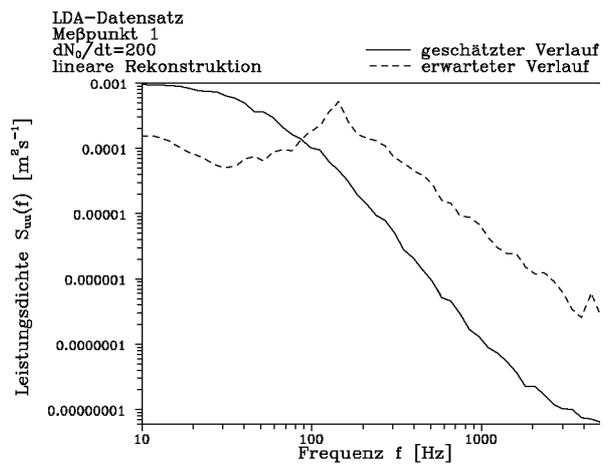


Abbildung A.3.3.7

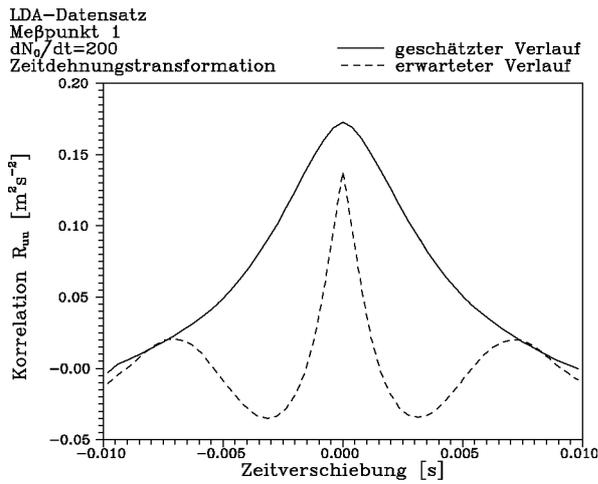


Abbildung A.3.3.8

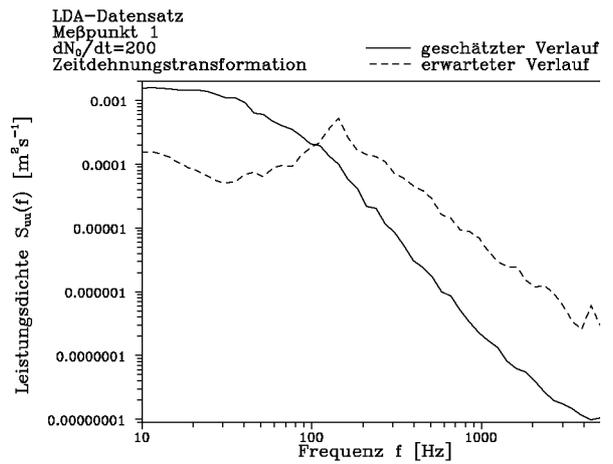


Abbildung A.3.3.9

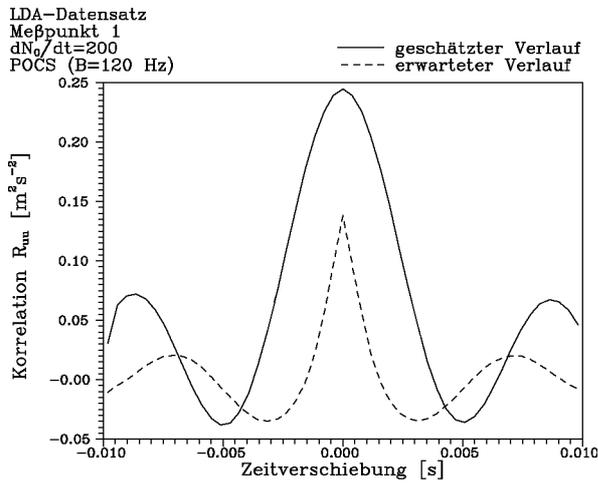


Abbildung A.3.3.10

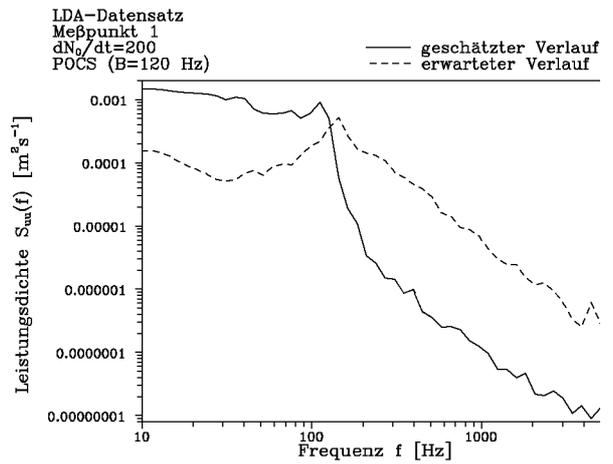


Abbildung A.3.3.11

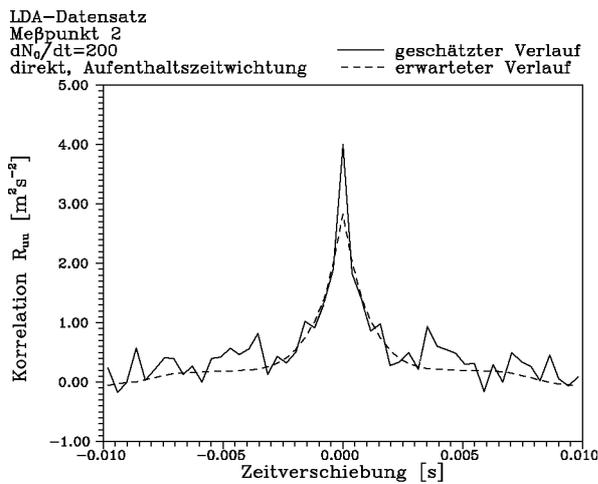


Abbildung A.3.3.12

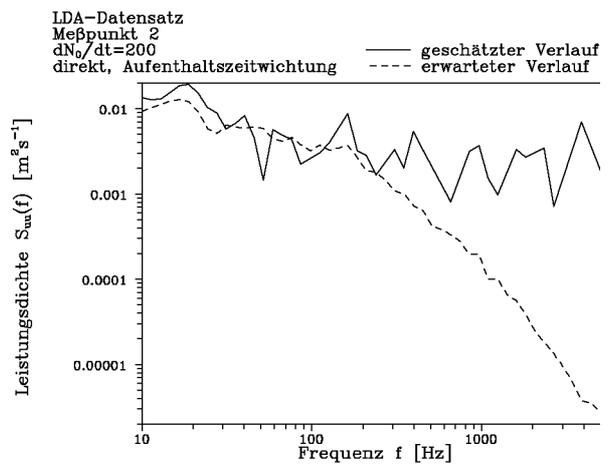


Abbildung A.3.3.13

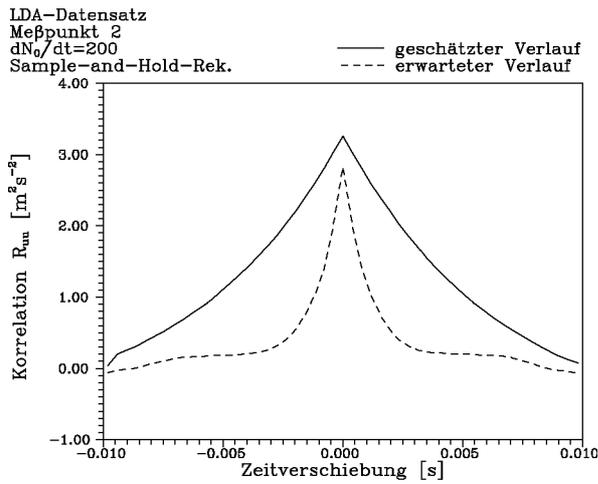


Abbildung A.3.3.14

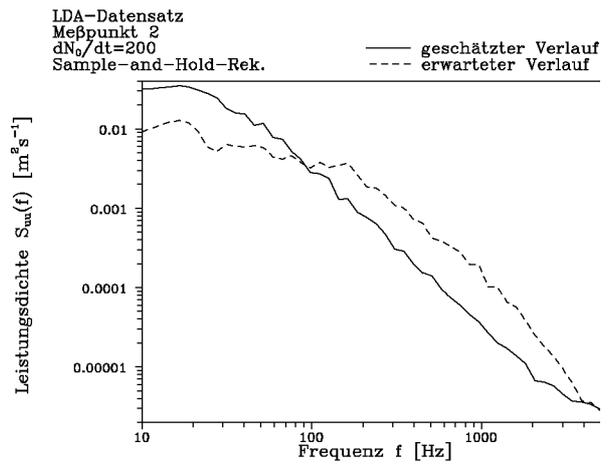


Abbildung A.3.3.15

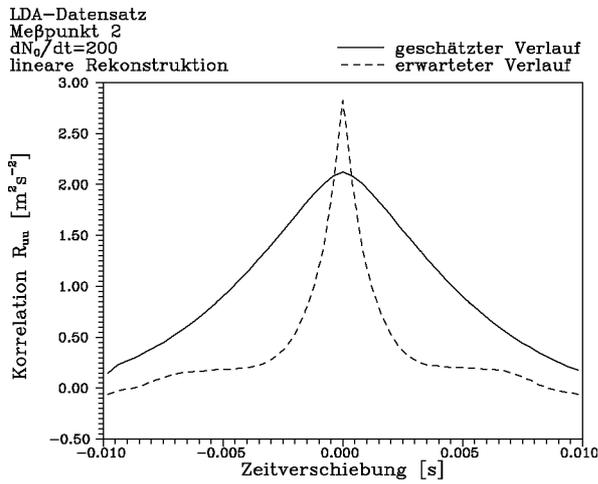


Abbildung A.3.3.16

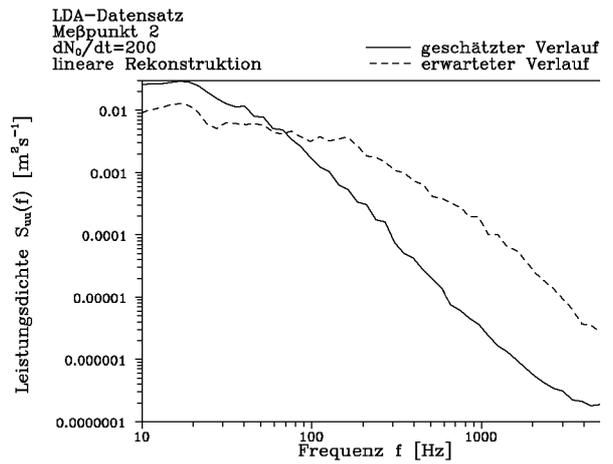


Abbildung A.3.3.17

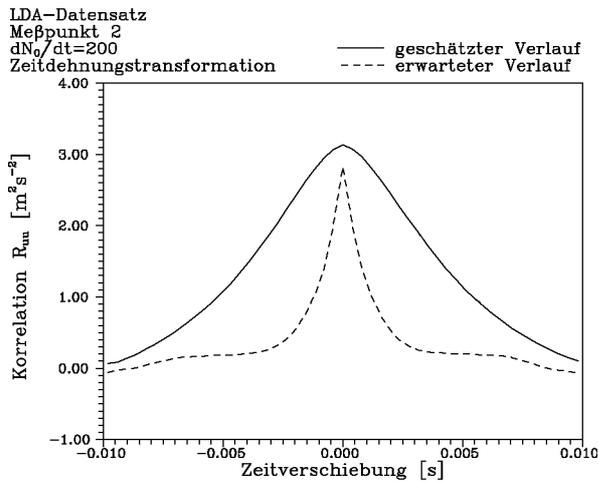


Abbildung A.3.3.18

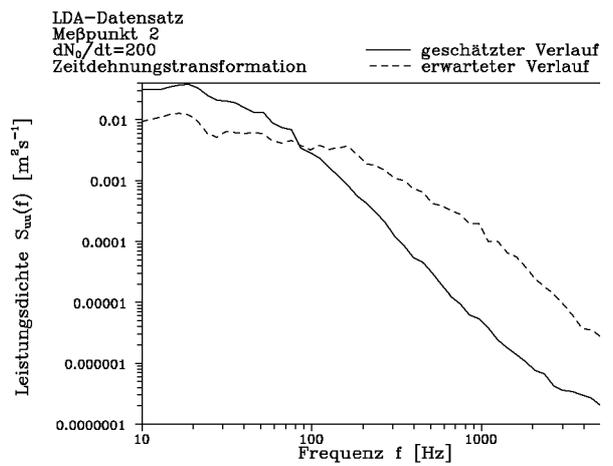


Abbildung A.3.3.19

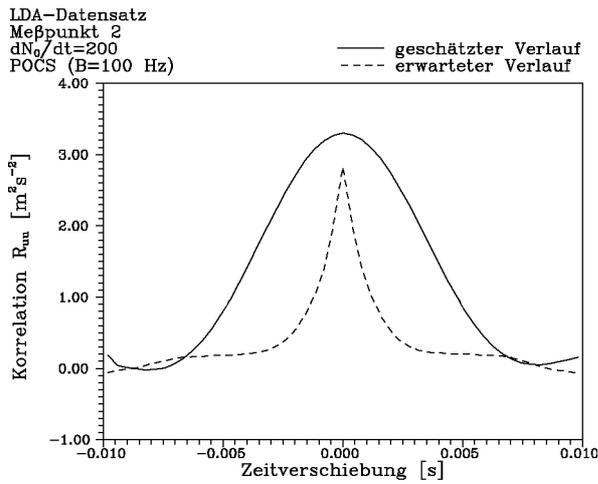


Abbildung A.3.3.20

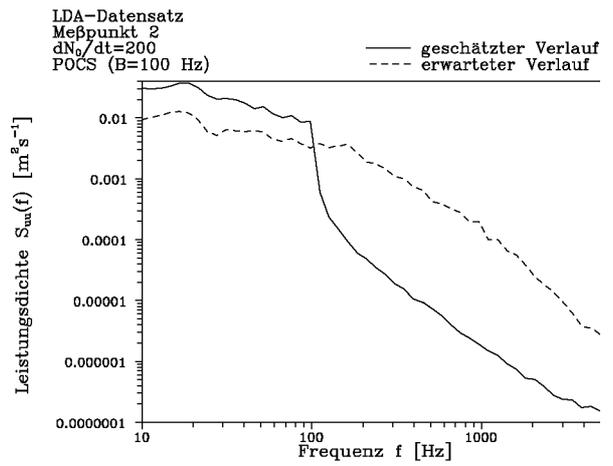


Abbildung A.3.3.21

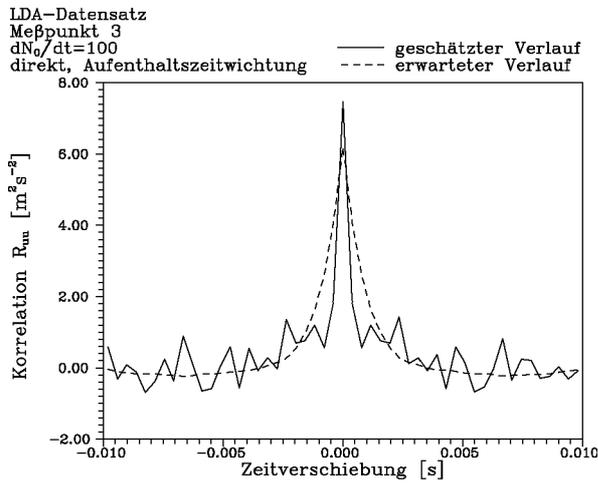


Abbildung A.3.3.22

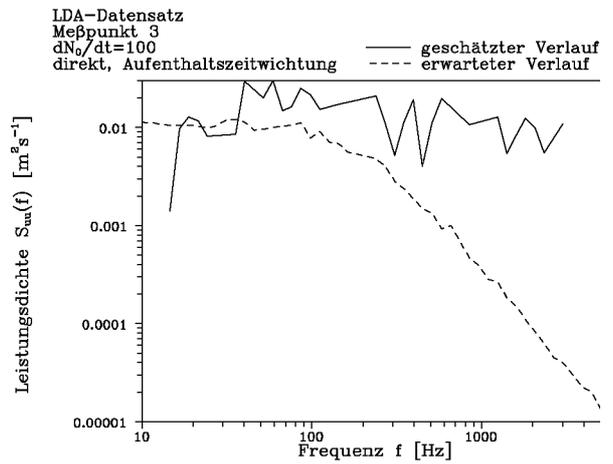


Abbildung A.3.3.23

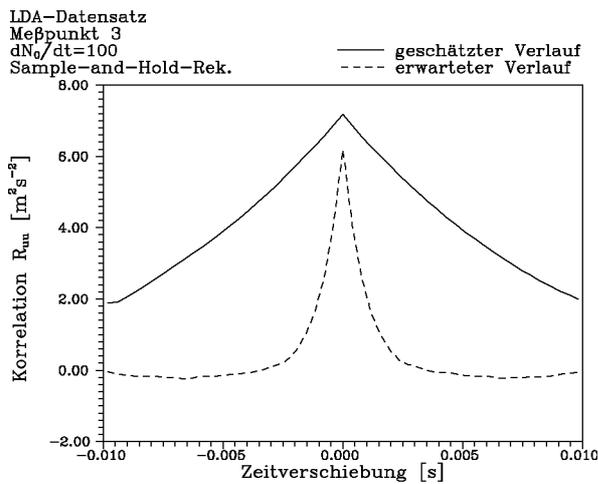


Abbildung A.3.3.24

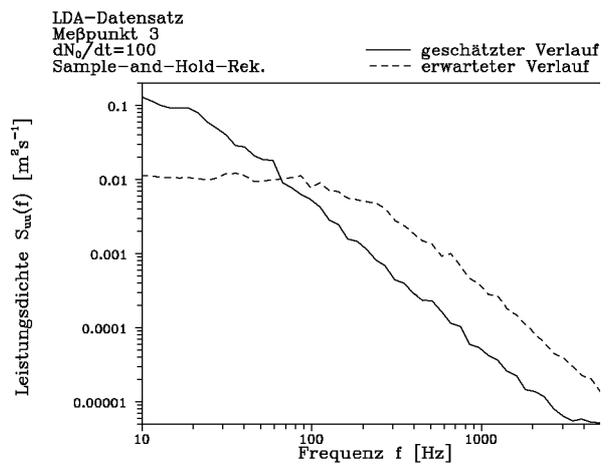


Abbildung A.3.3.25

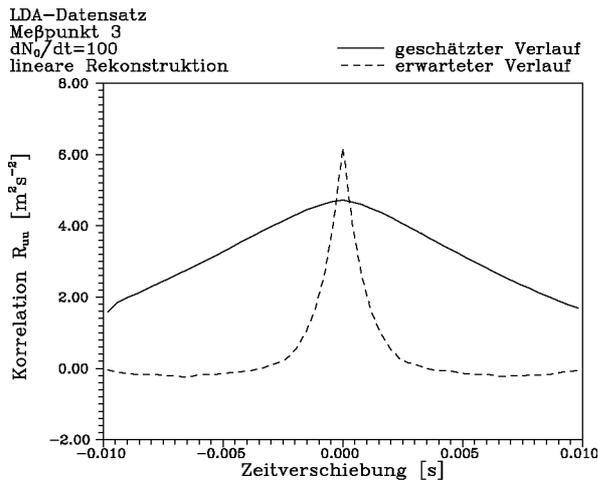


Abbildung A.3.3.26

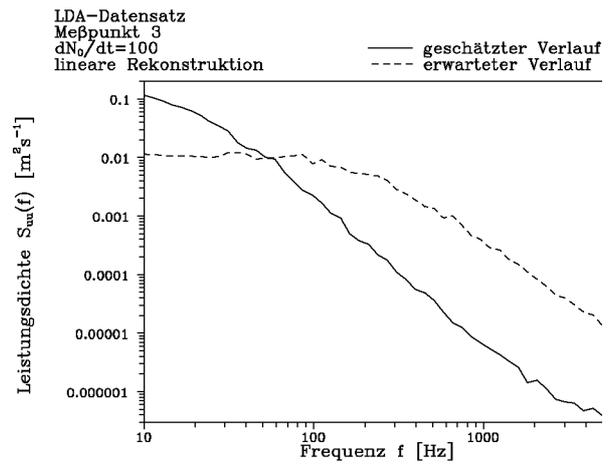


Abbildung A.3.3.27

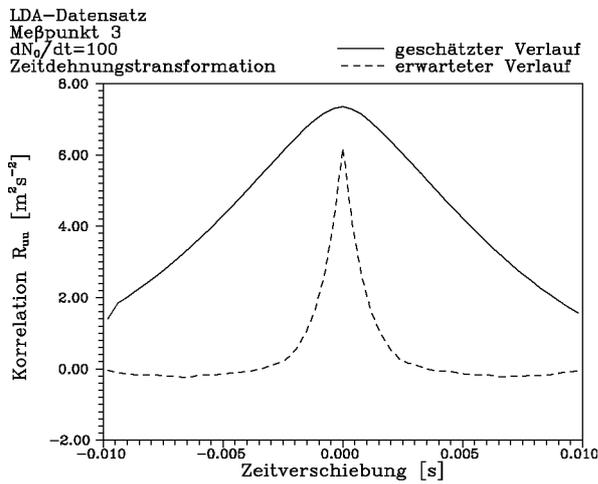


Abbildung A.3.3.28

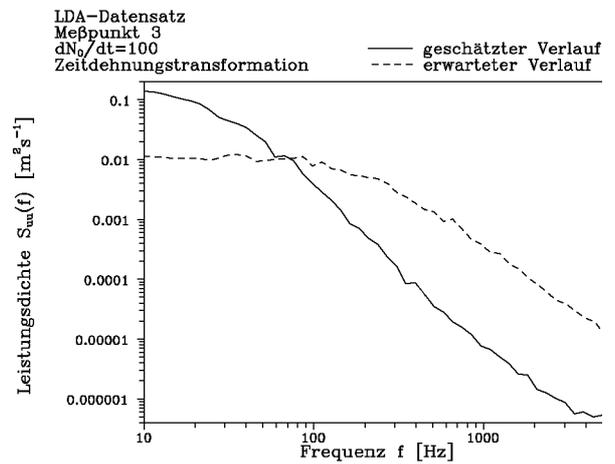


Abbildung A.3.3.29

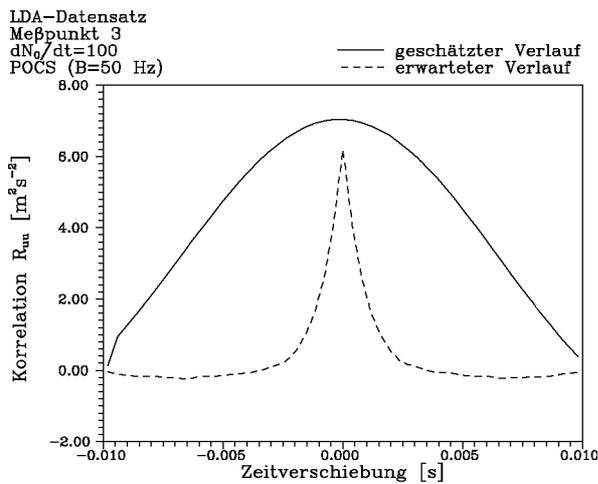
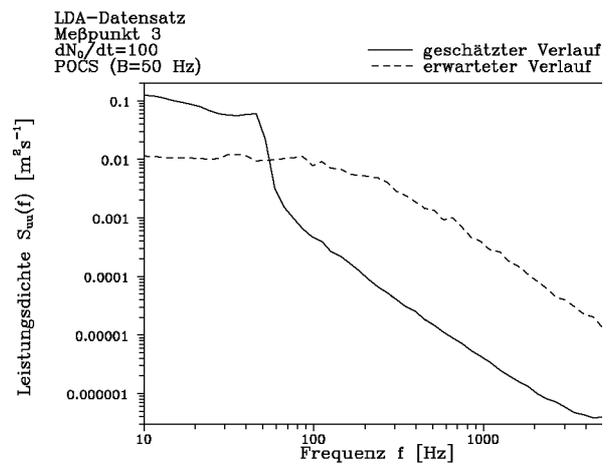


Abbildung A.3.3.30



Erklärung

Ich versichere an Eides Statt, die Arbeit selbständig angefertigt und die benutzten Unterlagen vollständig angegeben zu haben.

Rostock, 26. April 1994