

Messung von Teilchenbeschleunigungen mit dem Laser-Doppler-Anemometer

Holger Nobach

Max-Planck-Institut für Dynamik und Selbstorganisation, Göttingen
Tel.: 0551-5176-312, e-mail: holger.nobach@nambis.de

Kurzfassung

Die Erweiterung des Laser-Doppler-Messverfahrens zur Bestimmung von Teilchenbeschleunigungen stellt bekannter Maßen hohe Anforderungen an die optischen Teile und die Signalverarbeitung. Dieser Beitrag stellt die erforderlichen Komponenten für eine erfolgreiche Realisierung mit einem kommerziellen Laser-Doppler-System zusammen. Referenzexperimente und Methoden zur Bestimmung von systematischen und zufälligen Fehlern werden vorgestellt. Die Auflösungsgrenze des realisierten Messaufbaus wird bestimmt.

1 Einführung

Die Laser-Doppler-Anemometrie ist ein Verfahren zur optischen Messung von Geschwindigkeiten, bei dem durch Interferenz zweier, sich kreuzender, kohärenter Laserstrahlen ein räumlich verteiltes Intensitätsflächensystem erzeugt wird (Abb. 1). Kleine Teilchen, die einem strömenden Medium beigesetzt werden, streuen beim Passieren des Interferenzvolumens das modulierte Intensitätsfeld. Das von einem Empfänger registrierte Streulicht schwankt zeitlich, wobei die Frequenz des Signals bei bekanntem Interferenzflächenabstand das Maß für die Geschwindigkeit des beobachteten Streuteilchens verkörpert.

Das Messvolumen eines Laser-Doppler-Systems mit den einbeschriebenen Interferenzflächen hat üblicher Weise einen Durchmesser von etwa $100\ \mu\text{m}$ und eine Länge von etwa $1\ \text{mm}$. Die optischen Wege sind so ausgelegt, dass das Interferenzsystem aus möglichst parallelen Intensitätsflächen mit gleichem Abstand besteht, so dass ein einzelnes Messsystem bei der Passage eines Streuteilchens durch das Messvolumen nur die Geschwindigkeitskomponente in eine bestimmte Raumrichtung misst, und zwar unabhängig vom individuellen Durchtrittspunkt des Teilchens durch das Messvolumen.

Diese Technik wird standardmäßig zur berührungslosen Untersuchung von Strömungsprozessen in der Industrie und in der Forschung eingesetzt. Bei der Erforschung turbulenter Strömungsvorgänge wurde in den letzten Jahren zusätzlich zur Geschwindigkeit auch die materielle Beschleunigung von Fluiden wichtig. Prinzipiell sind alle tracerbasierten Messmethoden und somit auch die Laser-Doppler-Anemometrie dafür geeignet, wobei die Herausforderung in der genügend genauen Bestimmung der Beschleunigung der Streuteilchen besteht.

Geht man von den oben genannten Abmessungen des Messvolumens und einer Strömungsgeschwindigkeit von $10\ \text{m/s}$ aus, so dauert die durchschnittliche Passage eines Streuteilchens durch das Messvolumen nur $1\ \text{ms}$. Bei einer Beschleunigung von $10\ \text{m/s}^2$ verändert sich die Geschwindigkeit in dieser Zeit um $0.01\ \text{m/s}$, also gerade einmal um $1\ \text{‰}$. Für eine erfolgreiche Messung der Beschleunigung aus der zeitlichen Veränderung der Signalfrequenz müssen

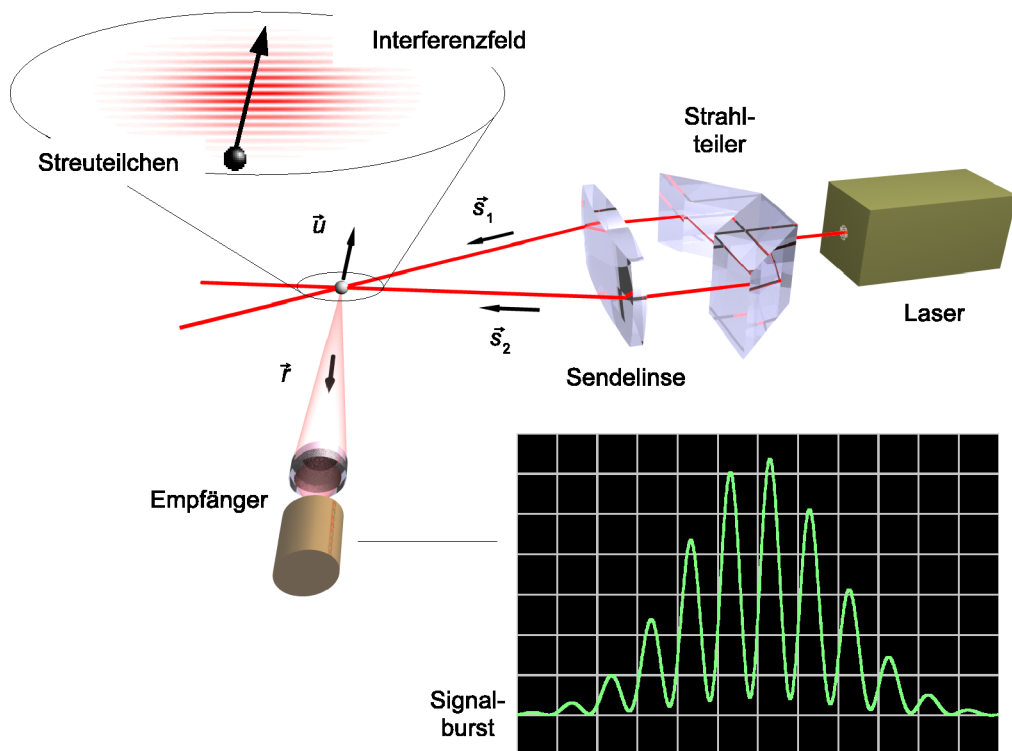


Abbildung 1: Prinzipdarstellung des Laser-Doppler-Anemometers

deshalb sowohl das Messgerät (optische und elektrische Komponenten) als auch die Signalverarbeitung höchste Genauigkeiten realisieren.

2 Messsystem

Das Messsystem ist ein kommerzielles Laser-Doppler-System, welches alle optischen und elektrischen Komponenten enthält, die für die übliche Geschwindigkeitsmessung benötigt werden. Zusätzlich zu dem in Abb. 1 dargestellten Teilen wird ein Beleuchtungslaserstrahl mit einem akusto-optischen Modulator um 40 MHz gegenüber dem anderen frequenzverschoben. Dadurch bewegt sich das Interferenzmuster kontinuierlich durch das Messvolumen, so dass ein ruhendes Teilchen ein Signal mit 40 MHz erzeugt, ein Teilchen, das sich mit dem Interferenzmuster bewegt, ein Signal mit niedrigerer und ein Teilchen, das sich entgegen dem Interferenzsystem bewegt, ein Signal mit höherer Frequenz erzeugt. Das erleichtert einerseits die Signaldetektion in der Nähe der Trägerfrequenz und ermöglicht andererseits die eindeutige Unterscheidung positiver und negativer Teilchengeschwindigkeiten. Die Empfangseinheit besteht aus einem Photomultiplier, einem nachgeschalteten 20 MHz-Hochpass und einer Rückmischeinheit mit variabler Frequenz. Die eingebaute Signalverarbeitungseinheit wurde durch eine Transientenrekorderkarte mit eigener Signalverarbeitung ersetzt.

Für die genaue Beschreibung der Amplituden- und Phasenbeziehungen der beiden Beleuchtungsstrahlen wird das Gaußstrahlenmodell herangezogen (Abb. 2). Die Einkopplung des Lichts in die Sonde erfolgt mit Monomode-Lichtwellenleitern. Die Faserenden sind mit Kollimatorlinsen versehen, die einen Strahl mit Gaußförmigem Intensitätsprofil und geringem Divergenzwinkel erzeugen (Abb. 3). Mit der Sendelinse werden die Beleuchtungsstrahlen gekreuzt, wodurch das Messvolumen mit den Interferenzflächen gebildet wird. Idealerweise fällt das

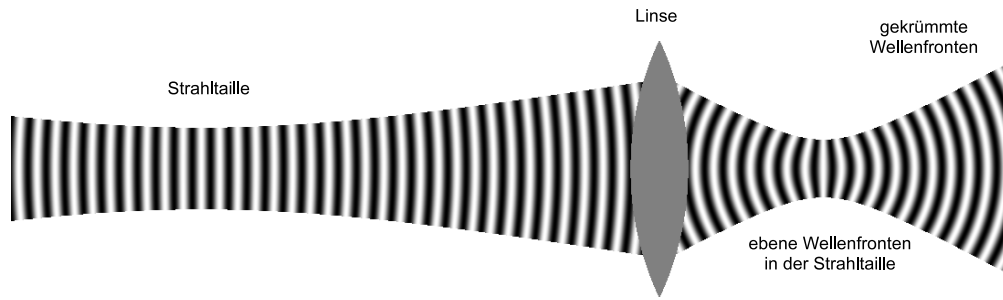


Abbildung 2: Gaußstrahlmodell

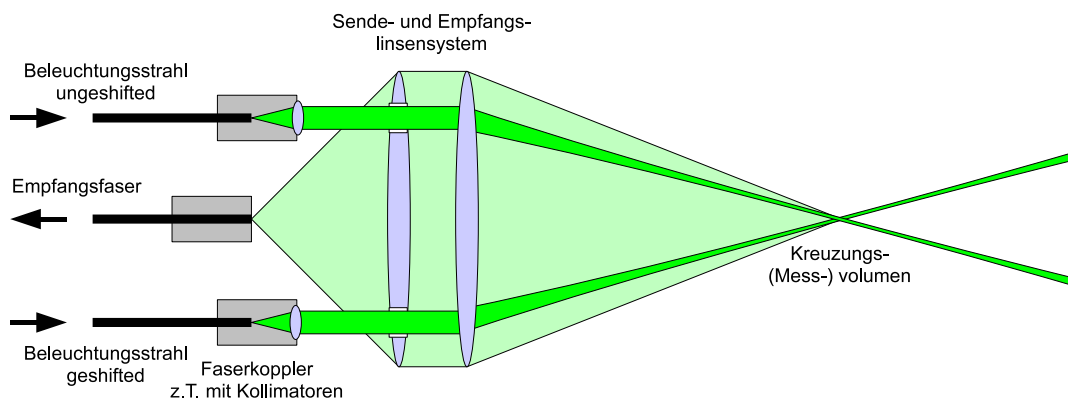


Abbildung 3: Kommerzielles Laser-Doppler-System

Schnittvolumen mit den Taillen der beiden Gaußstrahlen zusammen, denn nur dann sind die Wellenfronten der Beleuchtungsstrahlen nahezu eben und formen ebene Interferenzflächen mit konstanten Abständen (Abb. 4a).

Sind die Strahltaillen gegenüber dem Messvolumen verschoben (Abb. 4b und c), wird das Interferenzfeld verzerrt. Für ein Teilchen, das vertikal durch das Interferenzsystem in Abb. 4b hindurch tritt, werden je nach Durchtrittspunkt in horizontaler Richtung unterschiedliche Geschwindigkeiten gemessen. Der dargestellte Effekt ist stark übertrieben, übliche Verzerrungen erlauben ausreichend genaue Geschwindigkeitsmessungen. Außerdem ändert sich der Abstand der Interferenzflächen entlang des Teilchenpfades nicht, so dass bei einem unbeschleunigten Teilchen korrekt die Beschleunigung null gemessen wird. Anders verhält es sich im Fall in Abb. 4c. Entlang des Pfades eines vertikal durch das Messvolumen hindurch tretenden Teilchens ändert sich der Abstand der Interferenzflächen. Für ein unbeschleunigtes Teilchen wird hier immer eine abweichende Beschleunigung gemessen. Das gleiche gilt auch für ein Teilchen, das schräg durch das Messvolumen von Abb. 4b hindurch tritt.

Aufgrund der möglichen Deformationen des Interferenzsystems im Kreuzungspunkt der beiden Beleuchtungsstrahlen und ihren starken Auswirkungen auf systematische Fehler der Beschleunigungsmessung muss der optische Systemaufbau besonders sorgfältig erfolgen. Besonders wichtig ist die exakte Positionierung der Strahltaillen im Kreuzungspunkt der Beleuchtungsstrahlen und die Überlagerung mit dem Detektionsvolumens des Empfangsweges.

Das Design der Sonde bietet leider nicht genügend Einstellmöglichkeiten, um alle Bedingungen optimal zu erfüllen. Die Beleuchtungsstrahlen lassen sich um zwei Achsen kippen, so dass sich der Kreuzungspunkt der Beleuchtungsstrahlen exakt auf das Beobachtungsvolumen der Empfangsoptik ausrichten lässt. Es gibt aber keine Möglichkeit, die Position der Strahl-

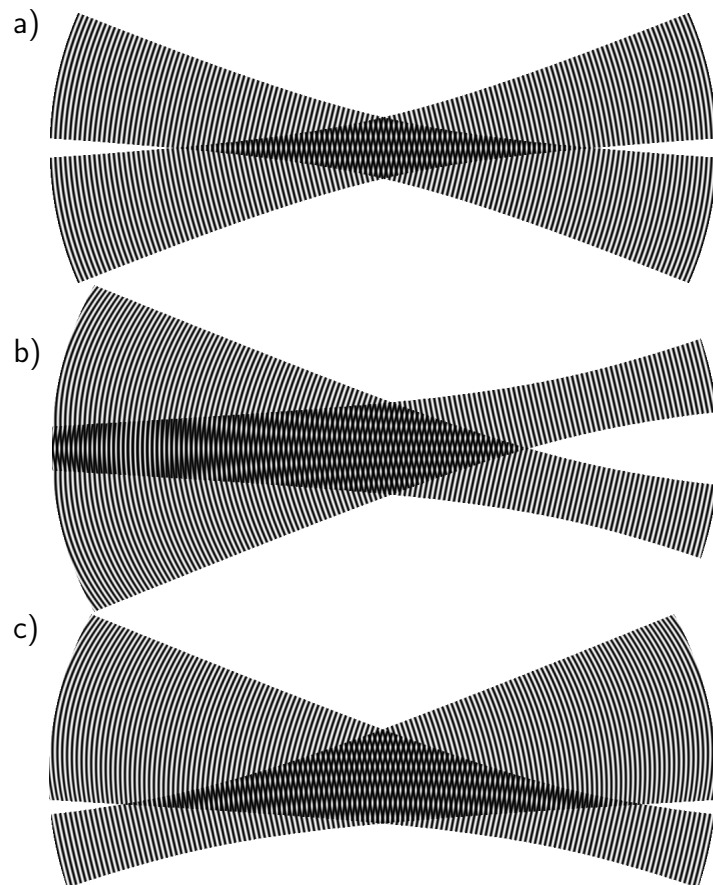


Abbildung 4: Entstehung verschiedener Interferenzmuster: a) ideale Überdeckung der Strahltaillen im Schnittvolumen der Beleuchtungsstrahlen; b) gleichsinnige Verschiebung; c) entgegengesetzte Verschiebung der Strahltaillen (stark überspitzt)

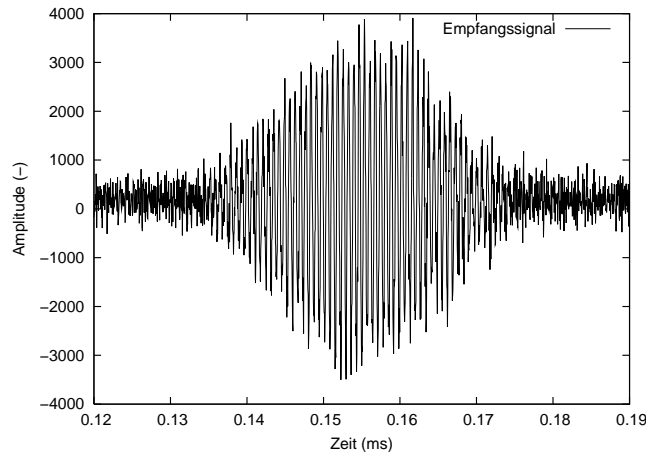


Abbildung 5: Empfangssignal nach Hochpassfilterung und Rückmischung

taillen längs der Beleuchtungsstrahlen einzustellen. Die Position des Beobachtungsvolumen lässt sich durch Verschieben des Faserkopplers nur längs der optischen Achse verschieben. Behelfsmäßig wurden in der vorliegenden Arbeit mit einem scannenden Strahlprofilsensor die Positionen der Strahltaillen bestimmt. Unter Hinnahme von Restfehlern wurde die Position des Empfangsvolumens und der Kreuzungspunkt der beiden Beleuchtungsstrahlen in die Mitte zwischen die beiden Abstände der Strahltaillen von der Sendelinse verschoben. Verbleibender Restfehler ist eine Interferenzflächendeformation wie in Abb. 4b.

3 Signalverarbeitung

Die Aufgabe der Signalverarbeitung besteht im Prinzip darin, aus dem empfangenen Signal (Abb. 5) eine mittlere Frequenz f_D zu bestimmen, die mit der Geschwindigkeit des Teilchens sowie eine Frequenzänderung γ , aus der die Teilchenbeschleunigung bestimmt werden kann. Mit dem Signalmodell

$$s(t) = \cos(\pi\gamma(t - T)^2 + 2\pi f_D(t - T) + \phi) \quad (1)$$

mit der Bezugszeit T gilt für die Geschwindigkeit v und die Beschleunigung a des Teilchens

$$v = (f_D - f_{sh})\Delta x \quad (2)$$

$$a = \gamma\Delta x \quad (3)$$

mit dem Interferenzflächenabstand Δx , wobei die nach der Rückmischung verbleibende Frequenzverschiebung f_{sh} zu berücksichtigen ist, falls die Rückmischfrequenz nicht mit der Frequenzverschiebung des akusto-optischen Modulators von 40 MHz übereinstimmt.

Verschiedene Varianten der Signalverarbeitung und Bestimmung der beiden Parameter f_D und γ wurden in der Vergangenheit entwickelt, untersucht und diskutiert [1, 2, 3].

Für eine erste, grobe Schätzung der Parameter reicht die Bestimmung von dominanten Frequenzen aus zwei gegeneinander verschobenen Signalausschnitten, z. B. mit gefensternten FFTs. Die Amplitude des aufgenommenen, zeitdiskreten Signals \hat{s}_i wird zunächst normalisiert

$$\bar{s}_i = \frac{\hat{s}_i}{|\hat{s}_i + \text{jHT}\{\hat{s}_i\}|} \quad (4)$$

mit der imaginären Einheit j und der Hilberttransformierten HT. Mit zwei um Δt verschobenen Kosinusfensterfunktionen werden Teilsignale ausgeschnitten und jeweils das Frequenzspektrum bestimmt. Mit einer Gaußregression an das Maximum des diskreten Spektrums und die beiden Nachbarwerte werden die beiden Signalfrequenzen f_{D1} und f_{D2} der Teilsignale bestimmt, aus denen dann die beiden gesuchten Parameter

$$f_D = \frac{f_{D1} + f_{D2}}{2} \quad (5)$$

$$\gamma = \frac{f_{D2} - f_{D1}}{\Delta t} \quad (6)$$

abgeleitet werden.

Diese Parameter sind dann die Startwerte für eine iterative Optimierung. Dazu wird das Messsignal \hat{s}_i mit dem Modellsignal

$$s_i = \cos(\pi\gamma(t_i - T)^2 + 2\pi f_D(t_i - T)) + j \sin(\pi\gamma(t_i - T)^2 + 2\pi f_D(t_i - T)) \quad (7)$$

verglichen. Dieses Modellsignal entspricht dem Modell in Gl. (1), wobei die absolute Phase ϕ nicht enthalten ist und eine komplexe Erweiterung zu einem mit konstanter Geschwindigkeit umlaufenden Zeiger erfolgte. Der Vergleich erfolgt anhand der Korrelation der beiden Signale

$$R = \sum_i s_i \hat{s}_i \quad (8)$$

wobei die Maximierung des Betrages

$$|R| \stackrel{!}{=} \max \quad (9)$$

Ziel der Optimierung ist.

Der Vorteil dieses Verfahrens gegenüber einer Least-Mean-Square-Optimierung ist, dass $|R|$ fast unabhängig von der Signalphase ist, wodurch tatsächlich nur die beiden interessierenden Signalparameter bestimmt werden müssen. Gleichzeitig ist das Verfahren robust gegenüber oft auftretenden Amplitudenschwankungen des Messsignals. Auf der anderen Seite kommt dieses Verfahren der Cramér-Rao-Grenze bereits sehr dicht, so dass der Informationsgehalt des Signals fast vollständig genutzt wird.

Wegen des sehr geringen Messeffekts muss für die Beurteilung von Messergebnissen und der Einschätzung des Auflösungsvermögens des Messsystems eine detaillierte Fehlerbetrachtung durchgeführt werden. Zur Abschätzung systematischer Fehler des Messsystems werden Referenzexperimente mit bekannten Zielgrößen durchgeführt (s. unten). Für die Unterscheidung von zufälligen Fehlern und natürlichen Schwankungen der Bestimmungsgrößen im realen Experiment muss die Schätzunsicherheit der Parameterbestimmung unter den gegebenen Bedingungen bestimmt werden. Hierzu kann die Parameterbestimmung wiederholt an Signalen mit dem gleichen Nutzanteil aber verschiedenem Rauschen durchgeführt werden. Die Unterscheidung des Nutzsignals vom Rauschen an experimentell gewonnenen Daten ist aber leider nicht eindeutig.

Die Signalverarbeitung liefert zunächst nur die Frequenz \hat{f}_D und den Frequenzgradienten $\hat{\gamma}$. Aus der Korrelation R nach Gl. (8) lässt sich auch die Signalphase

$$\hat{\phi} = -\arg \{R\} \quad (10)$$

bestimmen. Aus diesen drei Parametern kann man ein Modulationssignal

$$\tilde{s}_i = \cos(\pi\hat{\gamma}(t_i - T)^2 + 2\pi\hat{f}_D(t_i - T) + \hat{\phi}) \quad (11)$$

bilden. Zur Vervollständigung des Modellsignals wird noch die Amplitudenfunktion benötigt, damit das Modellsignal dem rauschfreien Messsignal entspricht. Die Amplitudenfunktion wird wieder mit der Hilberttransformation bestimmt.

$$\hat{A}_i = |\hat{s}_i + \text{jHT}\{\hat{s}_i\}| \quad (12)$$

Das rauschfreie Modellsignal ist dann

$$s_{mi} = \hat{A}_i \tilde{s}_i \quad (13)$$

und das synthetische, wieder verrauschte Signal s_{si} ist die Superposition des Modellsignals und einem normalverteilten Rauschen n_i .

$$s_{si} = s_{mi} + n_i \quad (14)$$

Die Varianz σ_n^2 des Rauschens wird aus der Differenz des Modellsignals und dem gemessenen Signal bestimmt.

$$\sigma_n^2 = \langle (\hat{s}_i - s_{mi})^2 \rangle \quad (15)$$

Dabei ist zu beachten, dass bei Verwendung eines Bandpasses zur Signalkonditionierung auch das Rauschen nur diese Spektralanteile enthält und, dass auch das synthetische Rauschen diese Bedingung erfüllen muss.

Die auf die beschriebene Weise für jedes aufgenommen Signal synthetisierten Signale werden der gleichen Signalverarbeitung unterzogen wie die original gemessenen Signale. Zu der (primären) Serie von Beschleunigungsschätzungen \hat{a}_k entsteht so eine (sekundäre) Serie von Beschleunigungsschätzungen $\hat{\hat{a}}_k$, welche direkt miteinander verglichen werden können. Da die primären Schätzwerte \hat{a}_k die wahren Größen für die synthetischen Signale sind und die sekundären Werte $\hat{\hat{a}}_k$ Schätzungen der primären Größen, ergibt die Standardabweichung der Differenzen

$$\hat{\sigma}_a = \sqrt{\langle (\hat{\hat{a}}_k - \hat{a}_k)^2 \rangle} \quad (16)$$

bereits die Unsicherheit des Schätzverfahrens.

Prinzipiell neigt dieses Verfahren dazu, Rauschanteile als Parameterschwankungen zu interpretieren, wodurch der Rauschanteil zu niedrig abgeschätzt wird. Diesen Effekt kann man leicht nachweisen, indem die Bestimmung des Modellsignals und die Abschätzung des Rauschanteils anhand der sekundären Parameterschätzwerte wiederholt wird. In allen Fällen ist die ermittelte Rauschvarianz für die sekundären Schätzgrößen und deren Modellsignale kleiner als für die primären. Wegen der Abnahme der Rauschvarianz für die synthetischen Signale ist auch damit zu rechnen, dass bereits die primäre Bestimmung der Rauschvarianz zu gering gegenüber der tatsächlichen Rauschvarianz im originalen Messsignal ist. Idealerweise sollte die gesamte Prozedur mit iterativ optimierten Rauschvarianzen mehrfach wiederholt werden, bis die erhaltene sekundäre Schätzung der Rauschvarianz $\hat{\sigma}_n^2$ mit der primären Schätzung $\hat{\sigma}_n^2$ überein stimmt. Um den Aufwand zu reduzieren wird im vorliegenden Fall eine Korrektur der Rauschschätzung vorgenommen.

$$\hat{\sigma}_a^2 = \langle c_k (\hat{\hat{a}}_k - \hat{a}_k)^2 \rangle \quad (17)$$

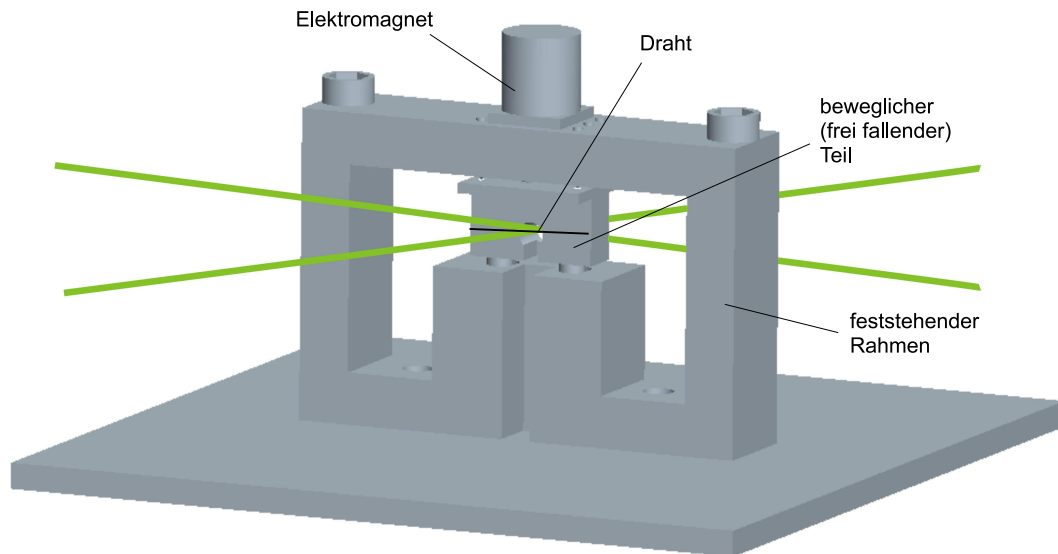


Abbildung 6: Aufbau des Falldrahtexperiments

Der Korrekturfaktor c_k wird für jedes Messsignal aus dem Verhältnis der primären Rauschschätzung $\hat{\sigma}_n^2$ und der sekundären Rauschschätzung $\hat{\hat{\sigma}}_n^2$ zu

$$c_k = \frac{\hat{\sigma}_{nk}^2}{\hat{\hat{\sigma}}_{nk}^2} \quad (18)$$

gebildet.

4 Referenzexperimente

Die Abschätzung systematischer Fehler des Messsystems erfolgt mit Referenzexperimenten mit bekannten Bestimmungsgrößen. Besonders viele Informationen lassen sich mit einem dünnen, frei fallenden Draht gewinnen, der das Messvolumen und das einbeschriebene Interferenzmuster abscannt (Abb. 6). Ein dünner Draht mit einem Durchmesser von $80 \mu\text{m}$ ist steif in einen Aluminiumblock eingespannt, so dass er während der Beschleunigung nicht schwingt. Der Block wird mittels einer daran befestigten Stahlstange von einem Elektromagneten gehalten und kann nach dem Abschalten des Magneten etwa 1 mm frei fallen. Um den freien Fall nicht zu beeinflussen muss der feststehende Rahmen incl. dem Elektromagneten frei von magnetisierbaren Materialien sein. Mit dem Elektromagneten wird der Aluminiumblock mit dem Draht wiederholt angehoben und durch das Messvolumen fallen gelassen. Die gesamte Einheit kann beliebig verschoben werden, so dass mehrere Positionen des Messvolumens abgetastet werden können (Abb. 7).

Zunächst wird der Draht in x -Richtung, also in Messrichtung des Systems, an mehreren z -Positionen im Abstand von $100 \mu\text{m}$ aus einer Höhe von etwa 0.5 mm fallen gelassen (Abb. 7). Bei einer Interferenzflächendeformation vom Typ in Abb. 4c ist eine systematische Abweichung von der gegebenen Erdbeschleunigung $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ zu erwarten. Abb. 8 zeigt die Ergebnisse des Falldrahtexperiments. An den verschiedenen z -Positionen werden die Mittelwerte zusammen mit den empirischen Standardabweichungen für die Geschwindigkeits- und die Beschleunigungsmessungen gezeigt. Aus einer Fallhöhe von 0.5 mm ist eine Geschwindigkeit von

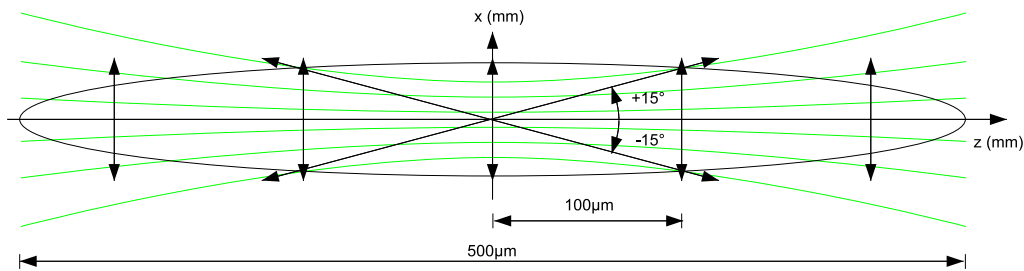


Abbildung 7: Scannlinien des Falldrahtexperiments

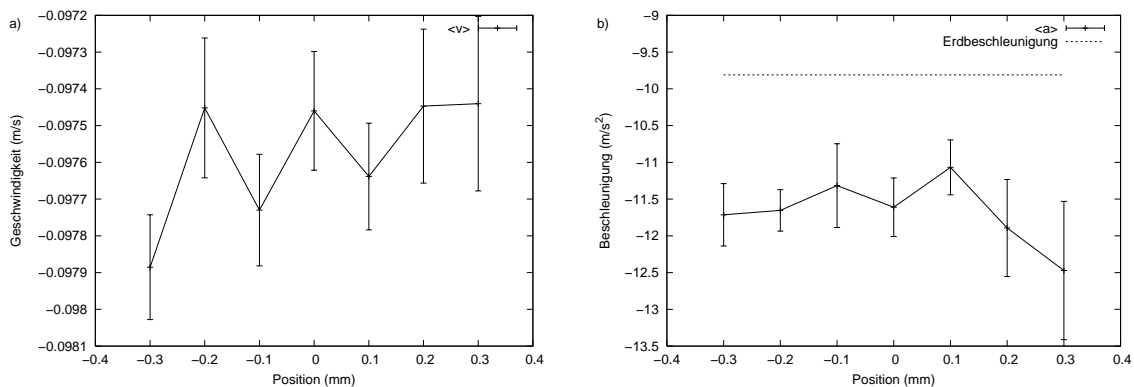


Abbildung 8: Ergebnisse des Falldrahtexperiments in x-Richtung: a) Geschwindigkeit und b) Beschleunigung

0.099 m/s zu erwarten. Die Messung weicht etwas davon ab (Abb. 8a), denn im Experiment konnte die tatsächliche Fallhöhe nicht ausreichend genau bestimmt werden. Die Geschwindigkeitsmessungen sind für die verschiedenen Messpositionen reproduzierbar und zeigen keinen Trend. Die Standardabweichungen der Geschwindigkeitsmessungen sind ausreichend klein. Die Beschleunigung ist unabhängig von der tatsächlichen Fallhöhe und sollte deshalb 9.81 m/s^2 betragen. Die gemessene Beschleunigung zeigt eine systematische Abweichung von etwa 2 m/s^2 . Die Schätzvarianz ist klein genug, um diese Abweichung als systematischen Fehler des Messsystems aufgrund der Interferenzflächendeformation vom Typ in Abb. 4c zu identifizieren.

Deformationen vom Typ in Abb. 4b führen zu einer systematischen Abweichung der gemessenen Geschwindigkeit und einer dazu proportionalen Abweichung der Beschleunigung. Leider sind die relativen Fehler so klein, dass sie deutlich unterhalb der Nachweisschwelle liegen. Das ist auch der Grund dafür, dass die kommerziellen Systeme trotz dieser Fehler in der Lage sind, ausreichend genaue Geschwindigkeitsmessungen durchzuführen, während die Messung von Teilchenbeschleunigungen eine Nachjustage erfordert. Für den Nachweis der Interferenzflächendeformation vom Typ in Abb. 4b müssen die Messsonde und das Messvolumen gekippt werden, so dass der Falldraht die beiden schrägen Linien im Winkel von $\pm 15^\circ$ gegenüber der z-Achse scannt.

Die zu erwartende Geschwindigkeit ist in diesem Fall sowohl von der Fallhöhe als auch vom Drehwinkel gegenüber der z-Achse abhängig, die Beschleunigung nur vom Drehwinkel. Bei diesem Experiment kommt erschwerend hinzu, dass zu der tatsächlichen Fallhöhe auch der tatsächliche Drehwinkel gegenüber der z-Achse nicht exakt bestimmt werden kann. Die Geschwindigkeitsmessungen in Abb. 9a weichen gegenüber der Erwartung von 0.0256 m/s für eine Fallhöhe von 0.5 mm und einem Drehwinkel von $\pm 15^\circ$ ab, sind aber für die beiden Dreh-

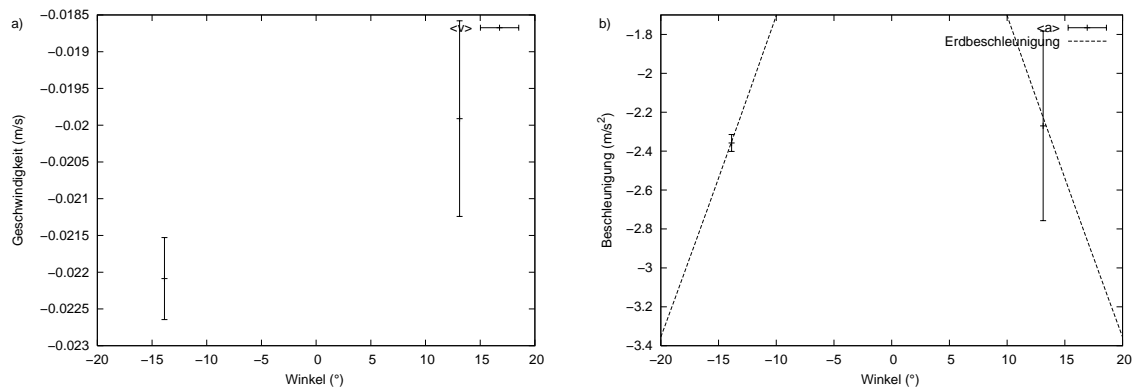


Abbildung 9: Ergebnisse des schrägen Falldrahtexperiments: a) Geschwindigkeit und b) Beschleunigung

richtungen ausreichend reproduzierbar und die Standardabweichungen sind ausreichend klein.

Die Beschleunigung müsste unter einem Winkel von $\pm 15^\circ$ 2.54 m/s^2 betragen. Die Abweichung der gemessenen Beschleunigung von diesem Wert ist signifikant. Allerdings kann der tatsächliche Winkel von dem vorgegeben Wert abweichen. Deshalb wird der tatsächliche Drehwinkel aus einer zusätzlichen Messung der Geschwindigkeiten bestimmt, bei der zwei unterschiedliche Fallhöhen eingestellt wurden. Während die absolute Fallhöhe nicht exakt bestimmt werden konnte, kann die Differenz zweier Fallhöhen mit μm -Genauigkeit kontrolliert werden. Der Drehwinkel φ wird dann aus den beiden gemessenen Geschwindigkeiten v_1 und v_2 und der Differenz der Fallhöhen $h_2 - h_1$ berechnet.

$$\varphi = \arcsin \sqrt{\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g(h_2 - h_1)}} \quad (19)$$

In Abb. 9b ist die aus dem ermittelten Drehwinkel abgeleitete Beschleunigung als Referenz eingetragen. Die Abweichungen der Messung gegenüber dieser Referenz sind zu vernachlässigen. Daraus ist zu schließen, dass Deformationen der Interferenzflächen vom Typ in Abb. 4b nicht auftreten. Das entspricht auch den Erwartungen nach der präzisen Justage der Messsonde, bei der das Messvolumen auf die Mitte zwischen den Strahltaillen der Beleuchtungsstrahlen ausgerichtet wurde, so dass keine gleichsinnige Verschiebung der Strahltaillen gegenüber dem Kreuzungspunkt mehr auftreten und nur noch Deformation vom Typ in Abb. 4c zu erwarten sind.

Mit wachsender Geschwindigkeit durchquert das Teilchen das Interferenzflächensystem schneller, so dass alle Signalfrequenzen incl. systematischer Fehler durch Deformationen der Interferenzflächen proportional zur Teilchengeschwindigkeit ansteigen. Gleichzeitig verringert sich die Durchflugzeit, so dass der systematische Fehler der Beschleunigung quadratisch mit der Geschwindigkeit zunimmt. Zur Demonstration sind in Abb. 10 die Messergebnisse unterschiedliche Fallhöhen dargestellt. Die zu erwartende Geschwindigkeit beträgt

$$v = \sqrt{2gh} \quad (20)$$

und die Beschleunigung $a = g$. Da die Fallhöhe nicht genau bestimmt werden kann, wird die Fallhöhe zunächst anhand der Geschwindigkeit zu

$$h = \frac{v^2}{2g} \quad (21)$$

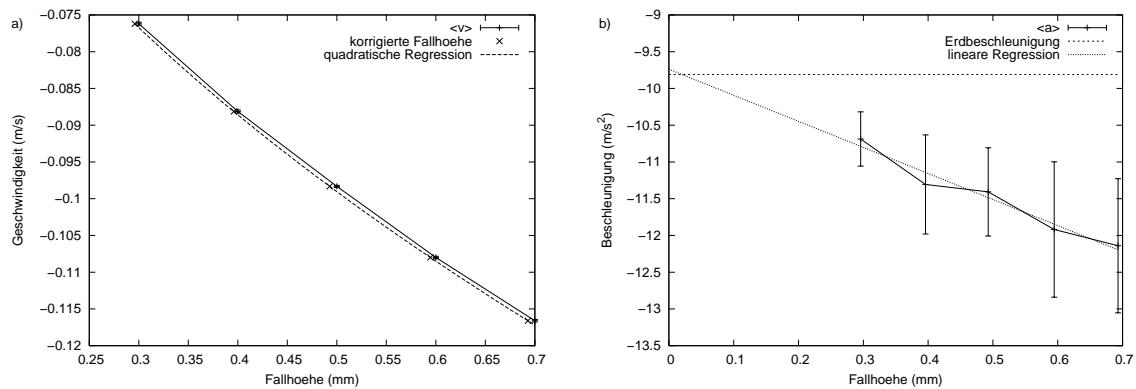


Abbildung 10: Ergebnisse des Falldrahtexperiments mit unterschiedlicher Fallhöhe: a) Geschwindigkeit und b) Beschleunigung

korrigiert. Die Abweichungen sind aber gering und für alle Fallhöhen gleich (Abb. 10a), da die Fallhöhendifferenz genau einzustellen war.

Der systematische Fehler der Beschleunigung hängt quadratisch von der Geschwindigkeit und damit linear von der Fallhöhe ab. Eine lineare Ausgleichskurve in Abb. 10b macht diesen Zusammenhang deutlich. Der systematische Fehler nimmt linear mit der Fallhöhe zu. Die Extrapolation zu verschwindenden Fallhöhen zeigt eine erstaunliche Übereinstimmung mit der Erdbeschleunigung. Das unterstreicht die Deutung des Fehlers als Ergebnis von Deformationen im Interferenzflächensystem vom Typ in Abb. 4c.

Mit den Ergebnisse des Falldrahtexperiments lässt sich der systematische Fehler des Messsystems zu kleiner $200 \text{ m/s}^2 \cdot u^2$ abschätzen. Damit kann für ein gegebenes Experiment mit bekannter Geschwindigkeit die Auflösung der Beschleunigungsmessung bestimmt werden.

5 Ausblick

Das Messsystem ist als Alternative zum Particle-Tracking-Verfahren mit Hochgeschwindigkeitskameras [4] gedacht. Zum Nachweis der Eignung wird eine vergleichende Messung der normierten Wahrscheinlichkeitsdichte von Teilchenbeschleunigungen in einem Wassertank durchgeführt, bei dem zwei gegensinnig rotierende Platten eine turbulente Strömung erzeugen. In der Mitte des Tanks entsteht ein Staupunkt mit hoher Turbulenz bei geringer mittlerer Geschwindigkeit. In einer Vorabmessung wurde die Laser-Doppler-Messung mit einer ähnlichen Messung in [5], die mit Silicon Strip Detectors durchgeführt wurde verglichen (Abb. 11). Die Übereinstimmung ist erstaunlich. Allerdings wurde die Laser-Doppler-Messung ohne die beschriebene Sondenjustage durchgeführt, so dass der Einfluss der Deformation des Interferenzflächensystems deutlich größer ist als im zuvor gezeigten Falldrahtexperiment.

Literatur

- [1] B Lehmann, H Nobach, and C Tropea. Measurement of acceleration using the laser Doppler technique. *Meas. Sci. Technol.*, 13(9):1367–1381, 2002.

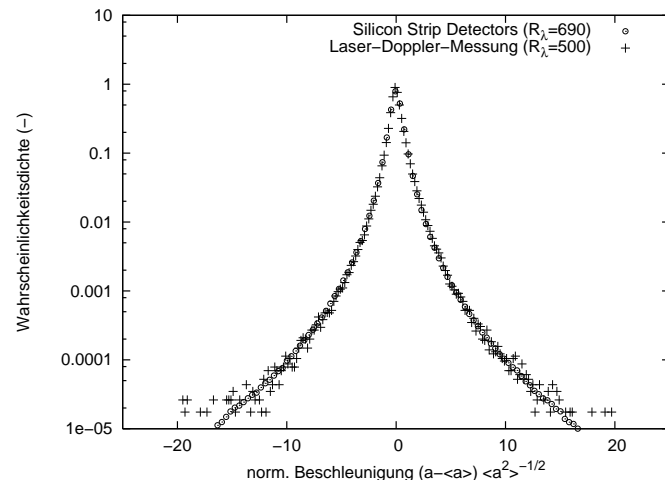
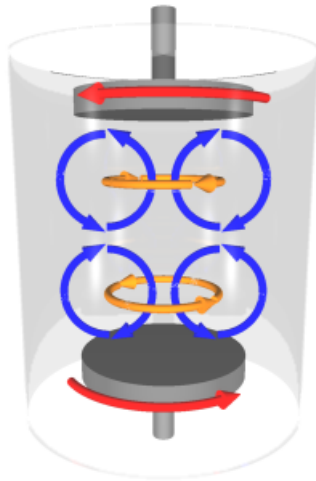


Abbildung 11: Messung der Teilchenbeschleunigung in einer turbulenten Strömung: a) Turbulenztank und Darstellung der Strömung; b) normierte Wahrscheinlichkeitsdichte der Beschleunigung

- [2] H Nobach, M Kinzel, and C Tropea. Measurement of Lagrangian acceleration in turbulent flows using the laser Doppler technique. In *Optical Methods of Flow Investigation, Proc. of SPIE vol. 6262*, pages 1–8, 2006.
- [3] H Nobach. *Gegen Wavelets & Co. — Vorteile klassischer Signal- und Datenverarbeitungsverfahren in der optischen Strömungsmesstechnik*. Shaker, Aachen, 2007. ISBN 978-3-8322-6564-9, Zugl.: TU Darmstadt, Habil., 2007.
- [4] N T Ouellette, H Xu, and E Bodenschatz. A quantitative study of three-dimensional Lagrangian particle tracking algorithms. *Exp. in Fluids*, 40, 2006.
- [5] N Mordant, A M Crawford, and E Bodenschatz. Experimental lagrangian acceleration probability density function measurement. *Physica D*, 193:245–251, 2004.