

Verarbeitung von Laser-Doppler-Datensätzen

Dr.-Ing. habil. H. Nobach

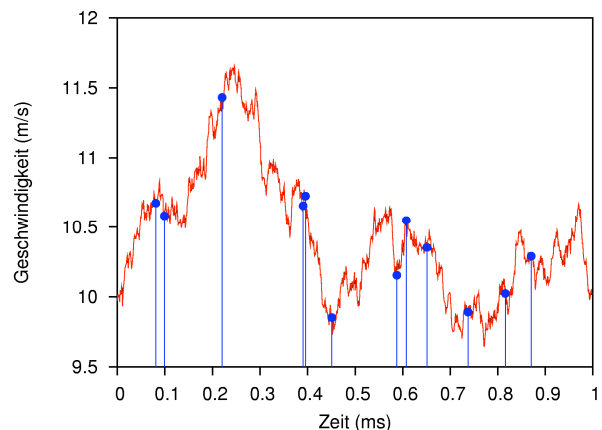
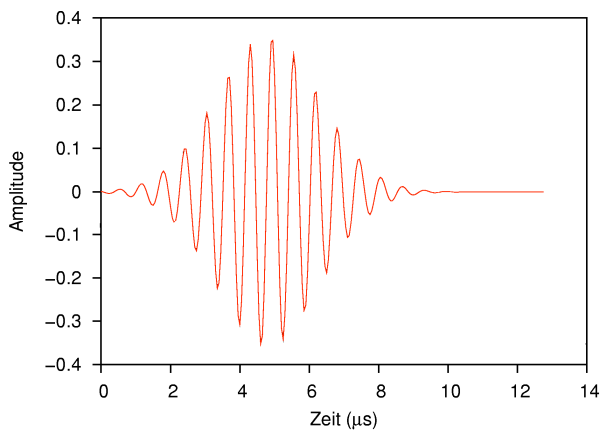
1. Einführung

LDA-Signalverarbeitung

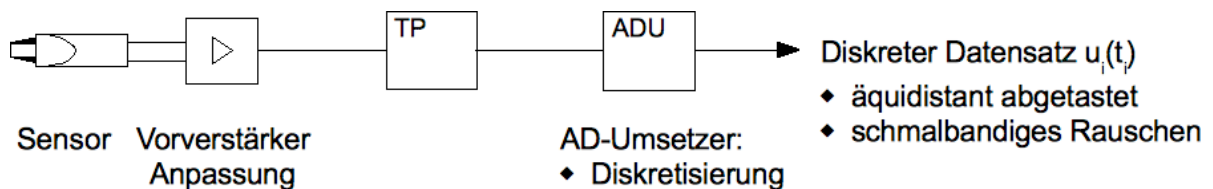
- Einzelteilchenmessung
- Aus dem Streusignal werden bestimmt
 - Zeitpunkt
 - Geschwindigkeit
 - Aufenthaltszeit
 - Beschleunigung

LDA-Datenverarbeitung

- Messwertensemble
- Aus der stochastisch abgetasteten Zeitreihe werden bestimmt
 - Geschwindigkeits-Zeit-Funktion (Rekonstruktion)
 - statistische Kennwerte und -funktionen



2. Hitzdrahtanemometer

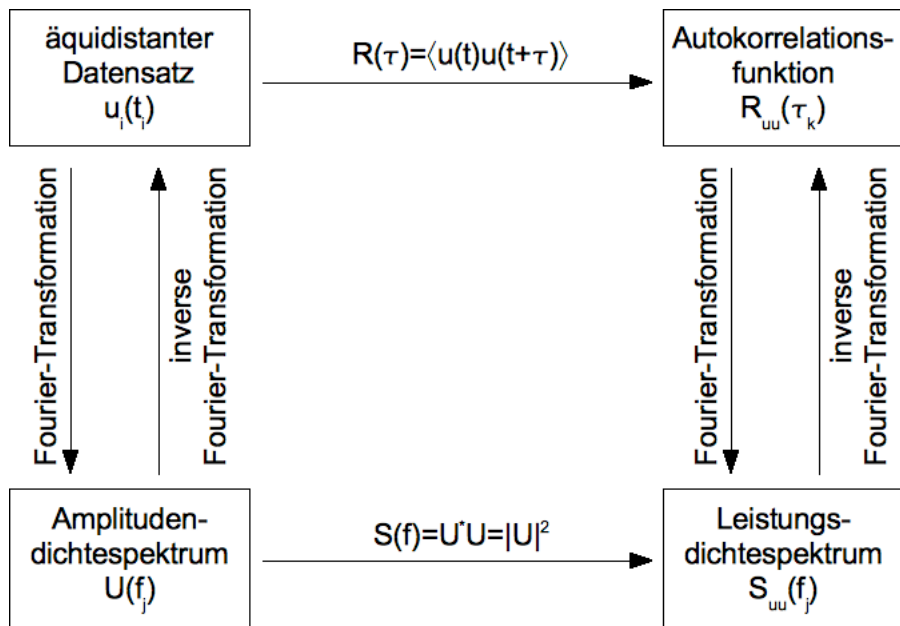


2.1. Momente

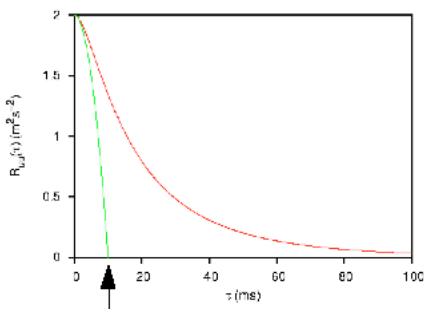
$$\hat{U} = \hat{u} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u(t_i)$$

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (u(t_i) - \bar{u})^2$$

2.2. Zeitliche Kennfunktionen

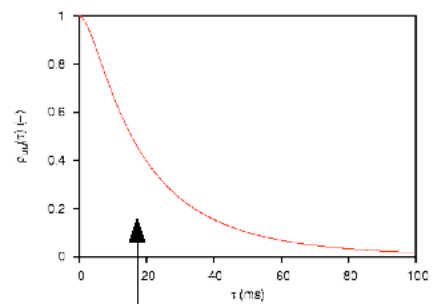


zeitliche Autokorrelationsfunktion



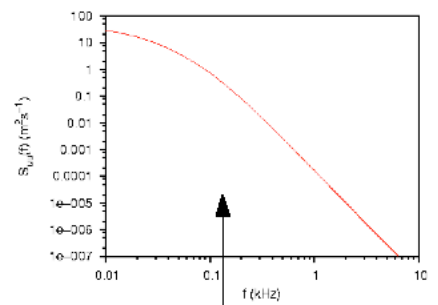
Taylor-Zeitmaß T_λ

Korrelationskoeffizient



integrales Zeitmaß T_L

spektrale Leistungsdichte

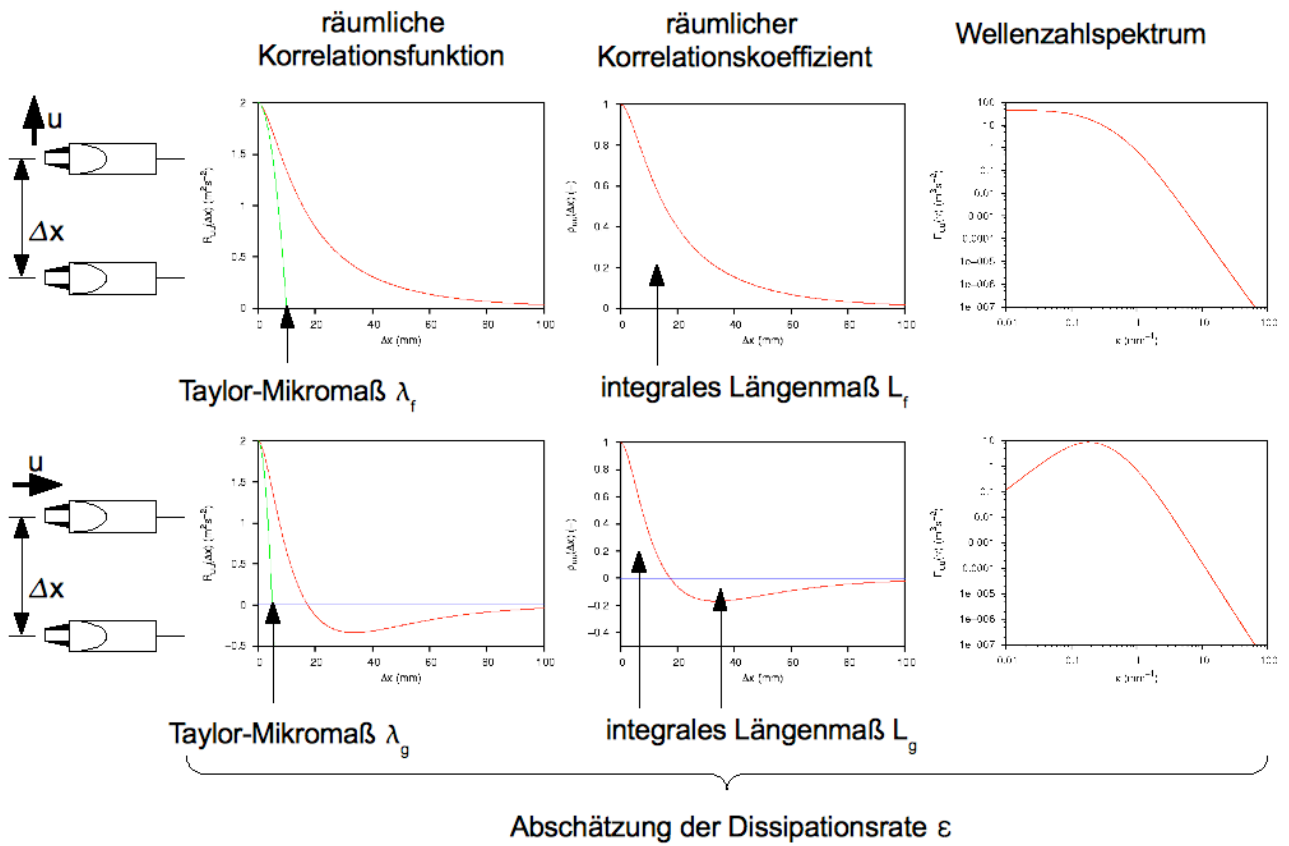


Varianz

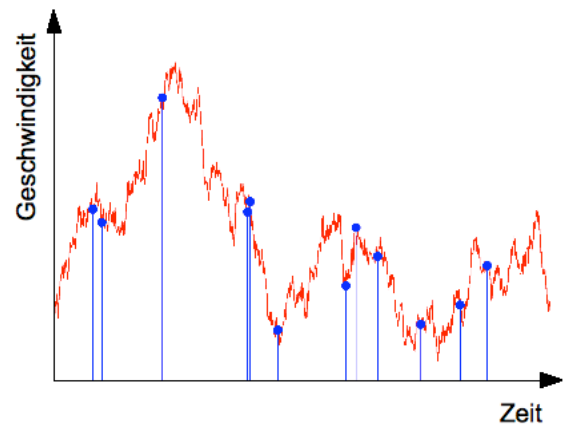
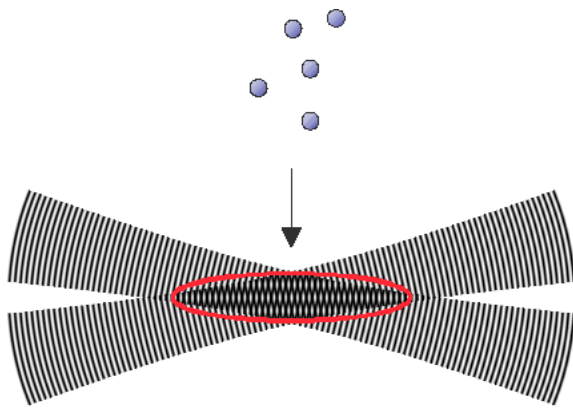
Normierung

Fourier-Transformation

2.3. Räumliche Kennfunktionen



3. LDA-Datensatz

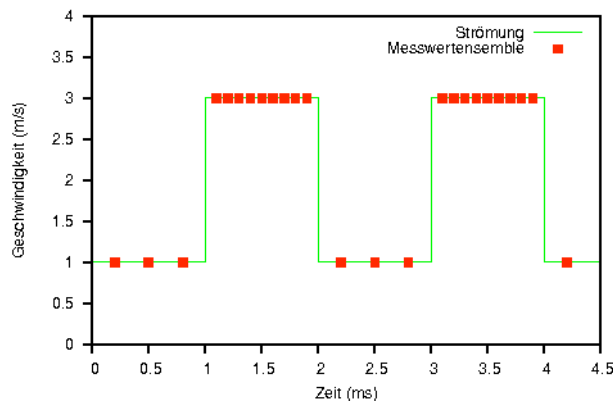


Einzelteilchenmessung
 Unsicherheit der Frequenzschätzung
 Korrelation zw. Teilchenrate und Geschwindigkeit
 Interferenz des Streulichtes verschiedener Teilchen

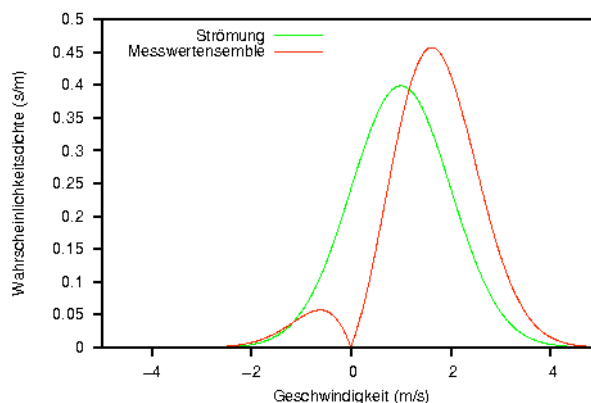
⇒ zufällig abgetastete Zeitreihe
 ⇒ breitbandiges Rauschen
 ⇒ Korrelation zw. Datenrate und Geschwindigkeit
 ⇒ Prozessortzeit

4. Momente

Aufgrund der Korrelation von momentaner Datenrate und Geschwindigkeit treten im Messwertensemble im Vergleich zum Verlauf der Strömungsgeschwindigkeit große Werte häufiger auf als kleine.



Für eine eindimensionale Strömung ist die momentane Datenrate direkt proportional zur Geschwindigkeit. Aus einer ursprünglich Gauss-förmigen Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der Strömungsgeschwindigkeit wird eine bi-modale (abhängig vom Turbulenzgrad) Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung des Messwertensembles.

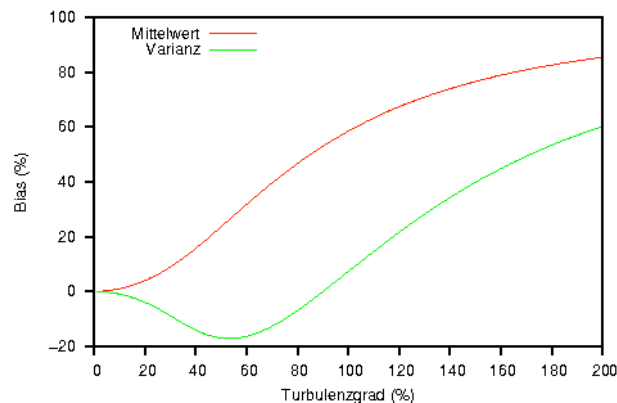


Die Ensemble-Mittelungen

$$\hat{U} = \hat{\bar{u}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u(t_i) \quad \hat{\sigma}_u^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (u(t_i) - \bar{u})^2$$

weisen deshalb systematische Fehler auf (Bias; abhängig vom Turbulenzgrad).

$$\beta_1 = \frac{\hat{U} - U}{U} \quad \beta_2 = \frac{\hat{\sigma}_u^2 - \sigma_u^2}{\sigma_u^2}$$



Eine Korrektur erfolgt durch die statistisch richtige Mittelung mit Wichtungsfaktoren γ_i unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeitsdichte $p(u_i(t_i))$ für das Auftreten eines bestimmten Messwertes u_i zum Zeitpunkt t_i .

$$\hat{U} = \hat{\bar{u}} = \frac{\sum_{i=1}^N \gamma_i u_i}{\sum_{i=1}^N \gamma_i} \qquad \hat{\sigma}_u^2 = \frac{N \sum_{i=1}^N \gamma_i (u_i - \bar{u})^2}{(N-1) \sum_{i=1}^N \gamma_i}$$

mit

$$\gamma_i = \frac{1}{p(u_i(t_i))}$$

Für einen aufgenommenen Messwert $u_i(t_i)$ kann i. Allg. nicht direkt die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(u_i(t_i))$ bestimmt werden. Die Wichtungsfaktoren γ_i müssen deshalb aus der Messreihe selbst oder aus zusätzlich aufgenommenen Messgrößen abgeleitet werden.

Wichtungsverfahren [BEN98,00,BUC79,MUE94, NOB98b,99,TUM96]:

1D-Geschwindigkeits-Wichtung

$$\gamma_i = 1/|u_i|$$

- nur für 1D-Turbulenz
- nur für homogenes Seeding
- rauschanfällig

Aufenthaltszeit-Wichtung

$$\gamma_i = \tau_i$$

- auch für 3D-Turbulenz bei 1D-Messung
- Wichtungsfaktoren unabhängig von Geschwindigkeitsmesswerten
- exakte Messung ist schwierig

Ankunftszeit-Wichtung

$$\gamma_i = t_i - t_{i-1}$$

- geeignet für Momente
- nicht für Korrelationen

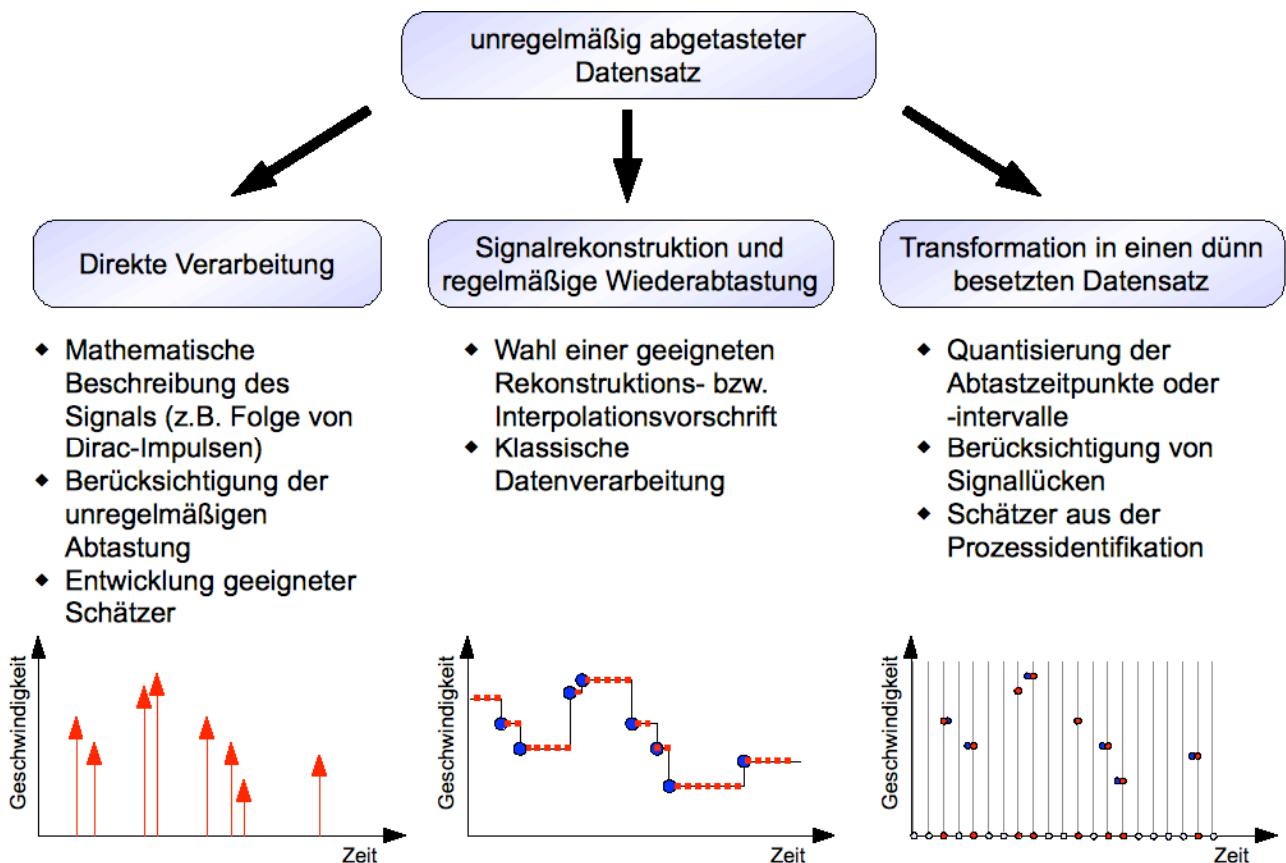
3D-Geschwindigkeits-Wichtung

$$\gamma_i = 1/\sqrt{u_i^2 + v_i^2 + (d/l)^2 w_i^2}$$

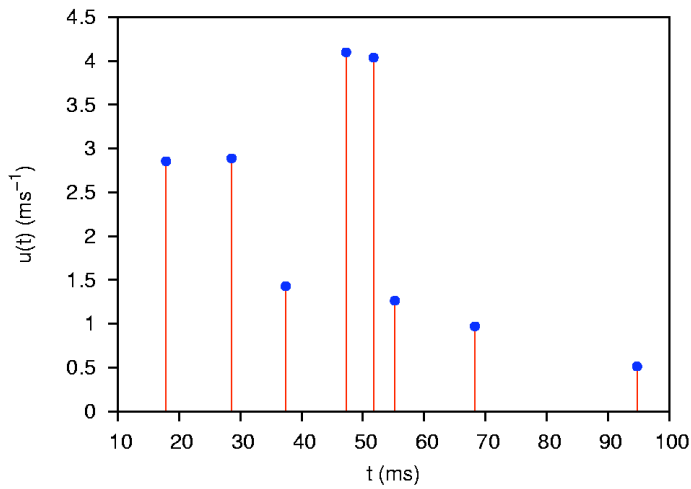
- setzt 3D-Messung voraus
- nur für homogenes Seeding
- rauschanfällig

5. Statistische Kennfunktionen

Strategien für die Auswertung von unregelmäßig abgetasteten Datensätzen:



5.1. Direkte Spektralanalyse



Prinzip:

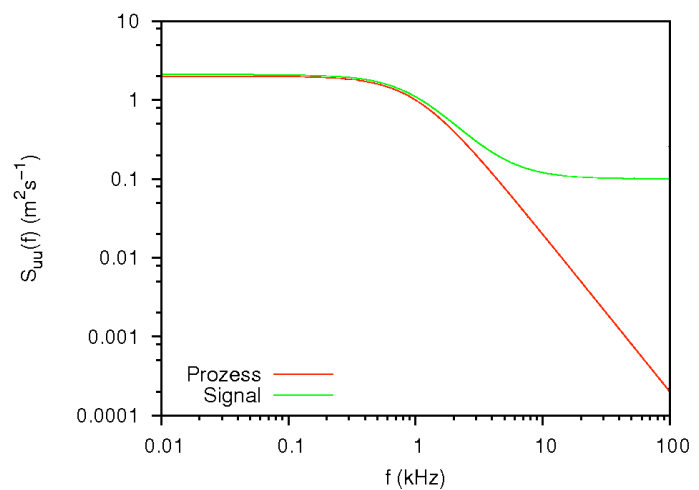
$$S_S(f) = \frac{1}{T} \left| \int_0^T u(t) e^{-2\pi j f t} dt \right|^2 = \frac{T}{N^2} \left| \sum_{i=1}^N u_i e^{-2\pi j f t_i} \right|^2$$

Systematischer Fehler aufgrund der unregelmäßigen Abtastung [GAS77]:

$$\langle S_S(f) \rangle = S_P(f) + \frac{T}{N} \sigma_u^2$$

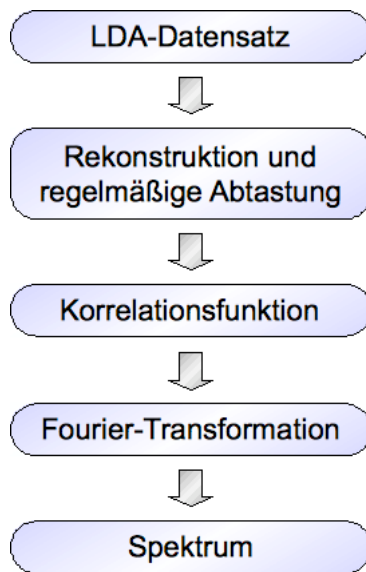
Korrektur:

$$\hat{S}_P(f) = \frac{T}{N^2} \left\{ \left| \sum_{i=1}^N u_i e^{-2\pi j f t_i} \right|^2 - \sum_{i=1}^N u_i^2 \right\}$$



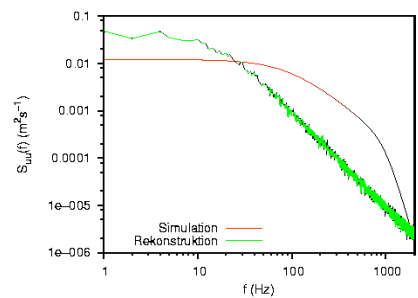
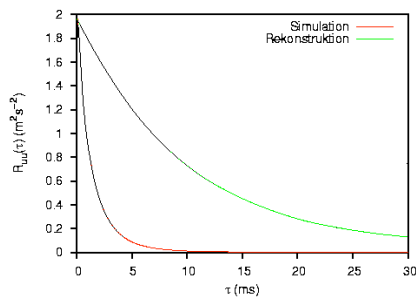
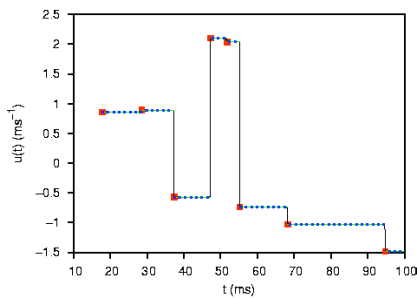
5.2. Rekonstruktion

Ablauf:

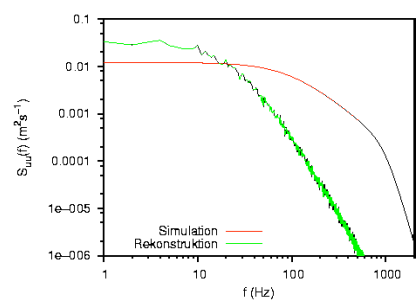
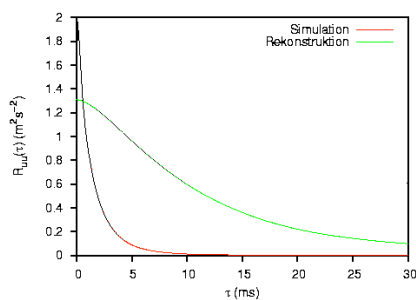
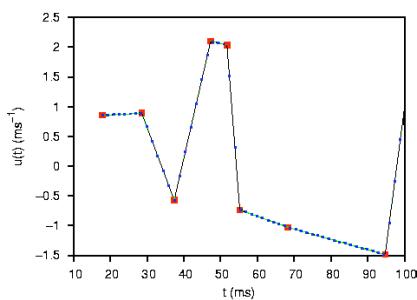


Auswirkung:

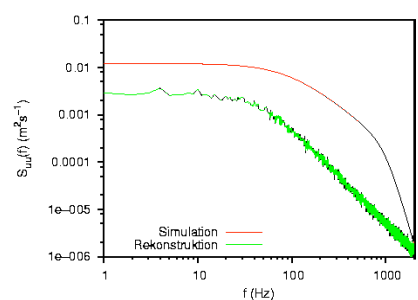
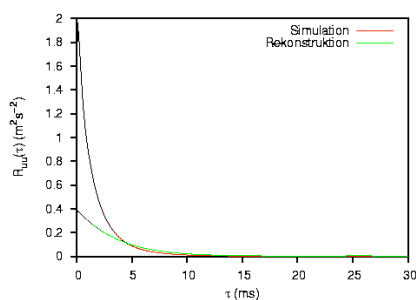
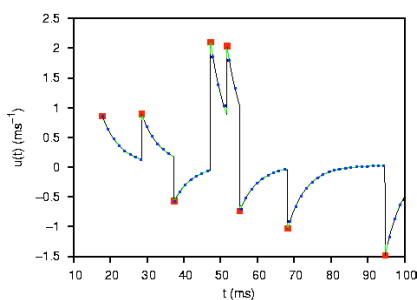
- Sample-and-Hold-Rekonstruktion



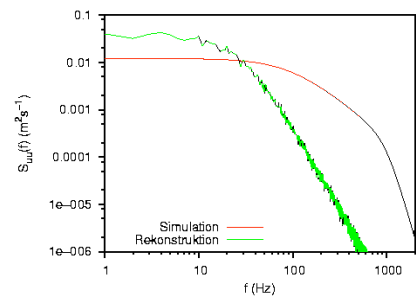
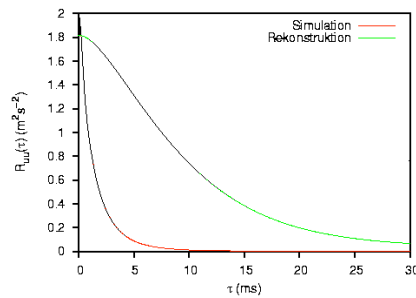
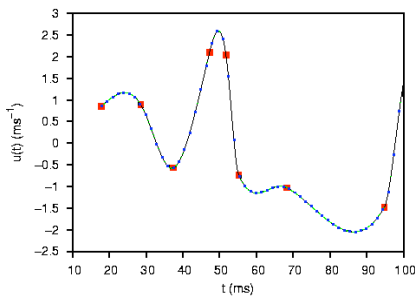
- lineare Interpolation



- exponentielle Rekonstruktion [HOS94]



- Spline-Interpolation



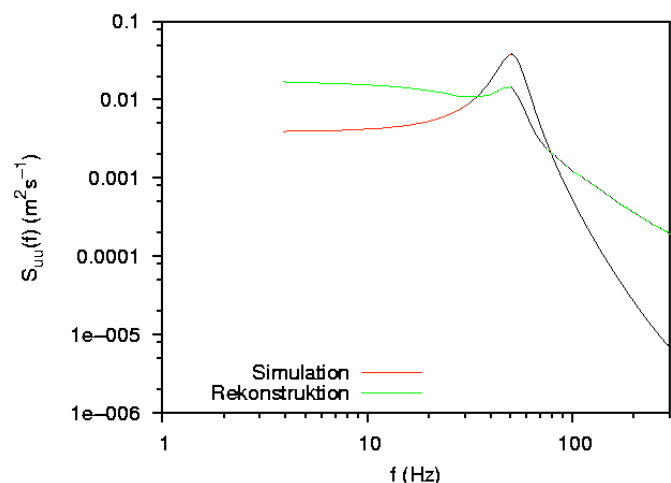
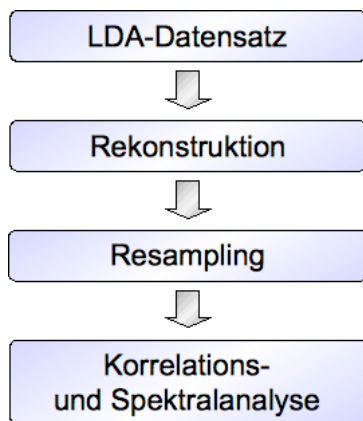
- Kalman-Rekonstruktion [BEN95,MAA94]
- Shannon-Rekonstruktion [CLA85,VEY88]
- Anpassung einer bandbegrenzten Funktion (POCS) [LEE92,KUO92,SAU87,YEH90]
- fraktale Rekonstruktion [STR88,STR91,CHA92]

Allen Rekonstruktionen (unabhängig von der Rekonstruktionsvorschrift) ist gemeinsam:

- Bei hoher Datenrate sind alle Verfahren geeignet, aus dem unregelmäßig abgetasteten LDA-Datensatz einen regelmäßig abgetasteten Datensatz zu erzeugen, der die spektralen Eigenschaften des Strömungsprozesses widerspiegelt.
- Bei geringer Datenrate verändern sich die spektralen Eigenschaften. Der spektrale Charakter des Rekonstruktionsergebnisses wird direkt und unabhängig vom zugrundeliegenden Strömungsprozess von der verwendeten Rekonstruktionsvorschrift und der Datenrate bestimmt.

Korrektur des Rekonstruktionseinflusses [NOB96,98a]:

1. Analyse des rekonstruierten Datensatzes



2. Abschätzung des Filters

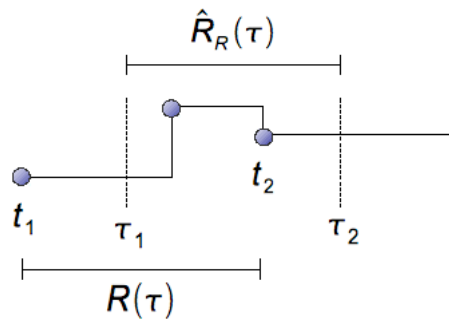
Wahre ACF



$$\langle \hat{R}_R(\tau) \rangle = MR(\tau)$$



Nach Rekonstruktion erwartete ACF



3. Korrektur

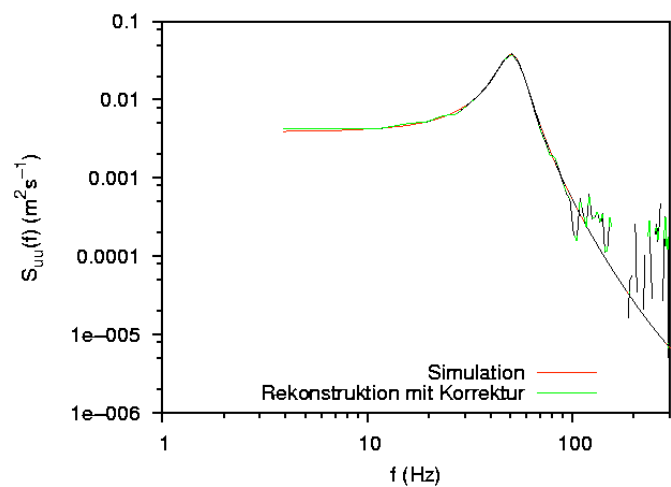
Nach Rekonstruktion bestimmte ACF



$$\hat{R}(\tau) = M^{-1} \hat{R}_R(\tau)$$



Korrigierte ACF



- Sample-and-Hold-Rekonstruktion
 - Rekonstruktionsvorschrift

$$u_R(t) = u_i \quad t_i \leq t < t_{i+1}$$

- Interpolationsfilter

$$\langle \hat{R}(\tau_k) \rangle = e^{-\hat{n}\tau_k} \left\{ R(0) + \frac{(e^{\hat{n}\Delta\tau} - 1)^2}{1 - e^{2\hat{n}\Delta\tau}} \sum_{\xi=1}^{\infty} e^{-\hat{n}\tau_{\xi}} (1 - e^{2\hat{n} \min(k;\xi)\Delta\tau}) R(\tau_{\xi}) \right\}$$

- Korrektur

$$\hat{R}(\tau_k) = \begin{cases} \hat{R}_R(0) & \text{für } k = 0 \\ (2c + 1)\hat{R}_R(\tau_k) - c[\hat{R}_R(\tau_{k-1}) + \hat{R}_R(\tau_{k+1})] & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\text{mit } c = \frac{e^{-\hat{n}\Delta\tau}}{(1 - e^{-\hat{n}\Delta\tau})^2}$$

- Proportional-Ein-Punkt-Rekonstruktion (exp., Korrelationskoeffizient, S&H)
 - Rekonstruktionsvorschrift

$$u_R(t) = u_i f_R(t - t_i) \quad t_i \leq t < t_{i+1}$$

- Interpolationsfilter

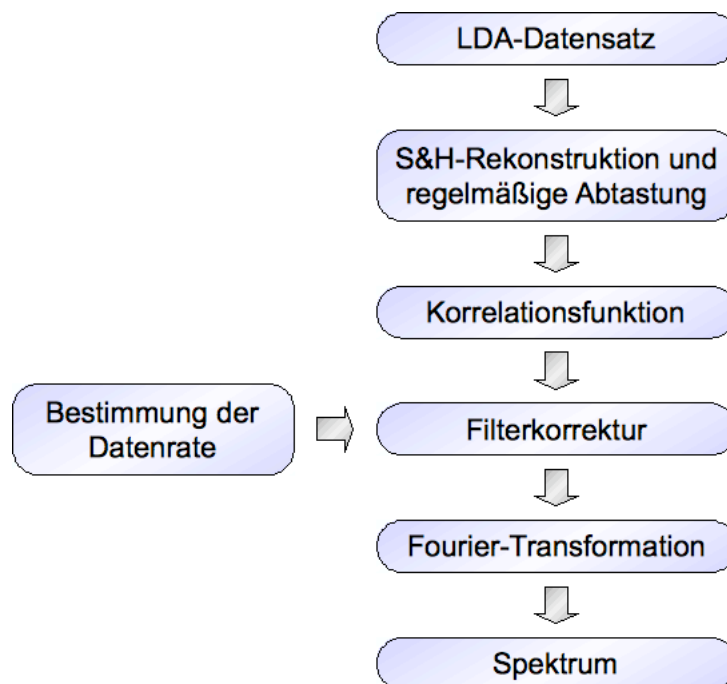
$$\begin{aligned} \langle \hat{R}(\tau_k) \rangle &= R(0) \sum_{i=-\infty}^0 f_R(-\tau_i) f_R(\tau_k - \tau_i) (1 - e^{-\dot{n}\Delta\tau}) e^{-\dot{n}(\tau_k - \tau_i)} \\ &+ \sum_{\xi=1}^{\infty} R(\tau_\xi) \sum_{i=1}^{\min(k;\xi)} f_R(\tau_\xi - \tau_i) f_R(\tau_k - \tau_\xi) (1 - e^{-\dot{n}\Delta\tau})^2 e^{-\dot{n}(\tau_k - 2\tau_i + \tau_\xi)} \end{aligned}$$

- Korrektur erfolgt numerisch durch Lösung des linearen Gleichungssystems

• andere Interpolationen

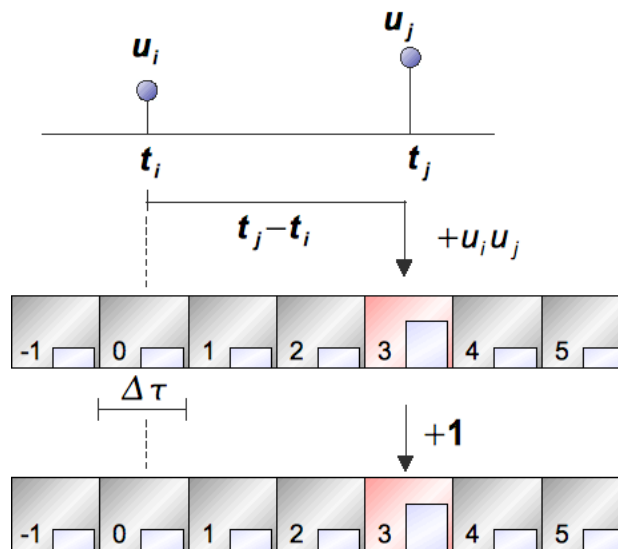
- prinzipiell auch für andere Interpolationen geeignet
- numerischer Aufwand steigt mit der Anzahl der verwendeten Stützstellen stark an
- geringer Gewinn gegenüber Sample-and-Hold-Interpolation

Ablauf mit Filter-Korrektur:



5.3. Slot-Korrelation

5.3.1. Prinzip [GAS75, MAY74, 78, SCO74]:



$$\begin{aligned}
 i &= 1..N \\
 j &= 1..N \quad (j \neq i) \\
 \hat{R}_k &= \hat{R}(\tau_k) = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \gamma_i \gamma_j u_i u_j b_k(t_j - t_i)}{\sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \gamma_i \gamma_j b_k(t_j - t_i)}
 \end{aligned}$$

mit der Slotting-Funktion

$$b_k(\Delta t) = \begin{cases} 1 & \text{für } k - \frac{1}{2} \leq \frac{\Delta t}{\Delta \tau} < k + \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Wegen der Symmetrie der Autokorrelationsfunktion erfolgt die Schätzung über

$$\hat{R}_k = \hat{R}(\tau_k) = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \gamma_i \gamma_j u_i u_j b_k(t_j - t_i)}{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \gamma_i \gamma_j b_k(t_j - t_i)}$$

Die Bias-Korrektur erfolgt wie für die Momente mit Ausnahme der Ankunftszeitwichtung, welche durch die Vorwärts-Rückwärts-Ankunftszeitwichtung [NOB99a] ersetzt wird.

Vorwärts-Rückwärts-Ankunftszeitwichtung

$$\left. \begin{aligned} \gamma_i &= t_i - t_{i-1} \\ \gamma_j &= t_{j+1} - t_j \end{aligned} \right\} \forall t_j > t_i$$

- exakt für hohe Datenrate
- auch für inhomogenes Seeding
- robust
- Wirkung von der Datenrate abhängig

6. Untersuchung nichtstationärer Prozesse

Autokorrelationsfunktion, Leistungsdichtespektrum, Mittelwert und Varianz sind **statistische** Kennfunktionen und Kenngrößen des untersuchten Prozesses und setzen Stationarität voraus.

Bei nichtstationären Vorgängen haben statistische Kenngrößen und Kennfunktionen **keine Aussagekraft**.

Bei nichtstationären Vorgängen nur dann anwendbar, wenn

- neben dem nichtstationären Anteil auch ein stationärer Anteil im Signal existiert
- nur der stationäre Anteil statistisch untersucht wird
- der stationäre Anteil unabhängig vom nichtstationären Anteil ist
- der stationäre Anteil vom nichtstationären Anteil zu trennen ist (z.B. Frequenzbereich)

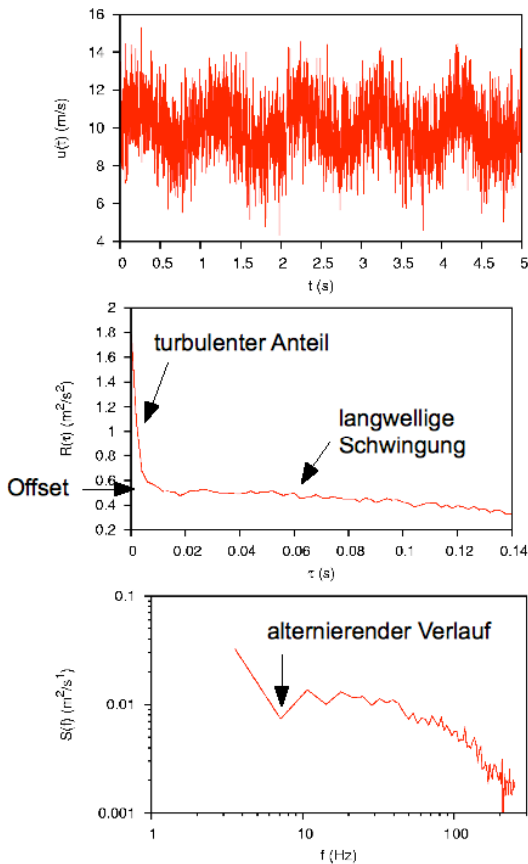
Es ist stets zu prüfen, ob

- der stationäre Anteil tatsächlich erhalten bleibt
- der instationäre Anteil tatsächlich entfernt wird

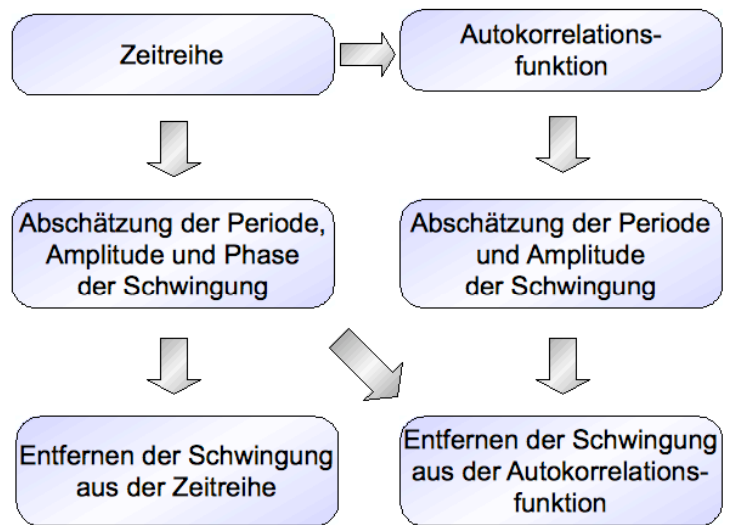
Mögliche Anwendung: Stationäre Turbulenz über instationärem Strömungsverlauf

- Schwingungen
- Kurzzeit-Stationarität (zyklischer Prozess)
- driftender Mittelwert

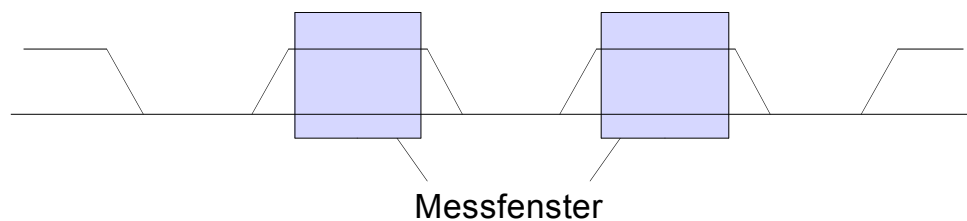
6.1. Schwingungen



Korrektur:

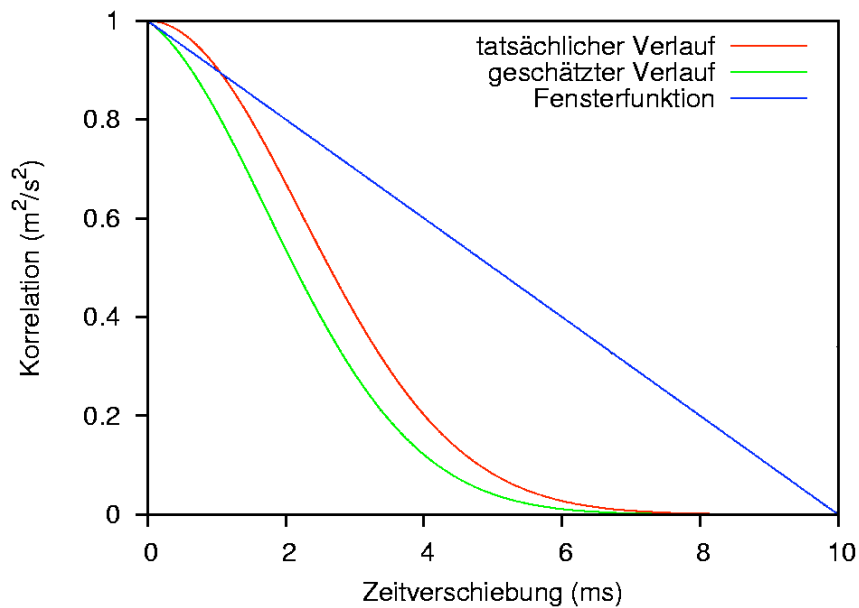


6.2. Kurzzeit-Stationarität (zyklischer Prozess)



Problem: zeitliche Begrenzung

- Rekonstruktion:
 - systematische Fehler durch Fensterfunktion

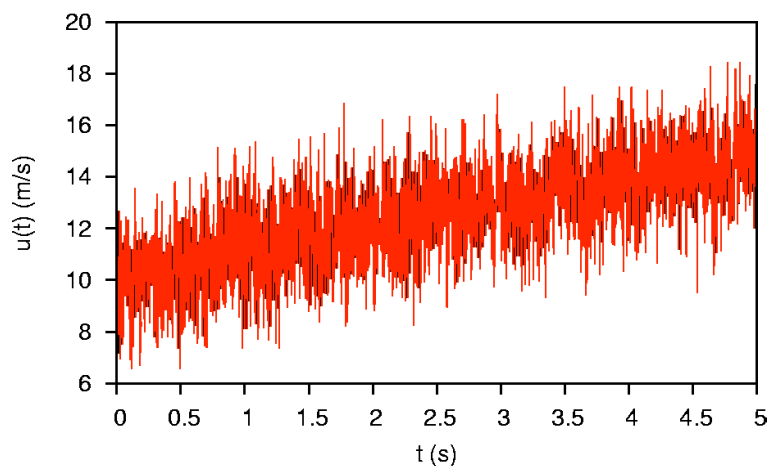


- Slot-Korrelation:
 - evtl. zu wenige Daten innerhalb einer Periode (v.a. bei hohen Zeitverschiebungen)
 - hohe Schätzunsicherheit
 - **kein** systematischer Fehler

Korrektur:

- Rekonstruktion:
 - Invertierung der Fensterfunktion in der Korrelationsfunktion
- Slot-Korrelation:
 - Zusammenfassung mehrerer Zyklen in den **Summen** der Korrelationsfunktion

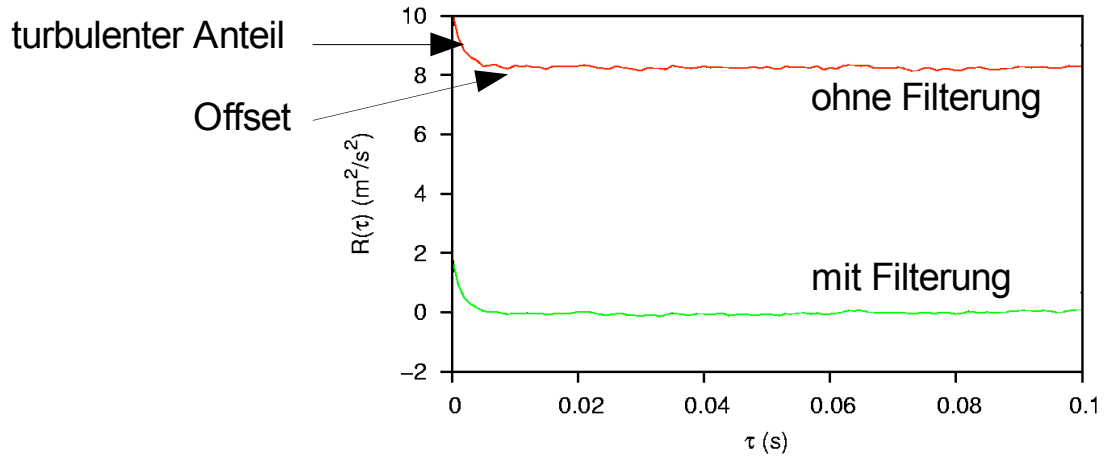
6.3. Driftender Mittelwert



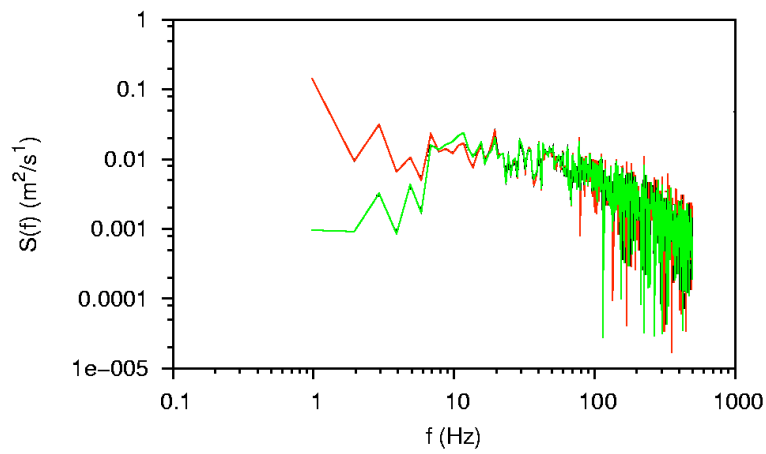
Korrektur durch gleitenden Mittelwert [SRE94,NOB99b]:

$$m_i = \sum_{j=i-M}^{i+M} u_j$$

$$u'_i = u_i - m_i$$

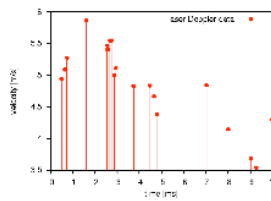


Achtung! Hochpasswirkung auch für stationären Anteil (turbulente Schwankung)

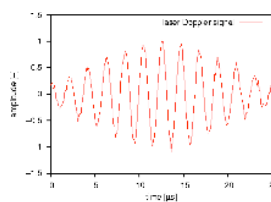


7. Weitere Informationen

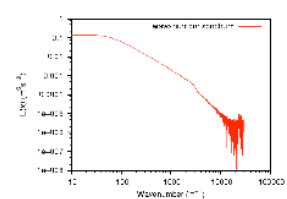
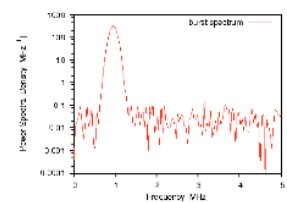
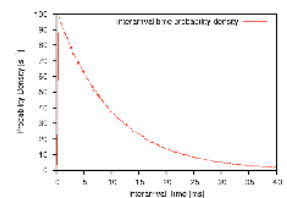
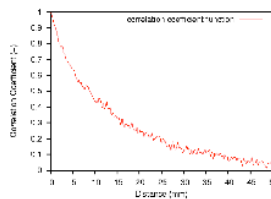
Laser Doppler and Phase Doppler Signal and Data Processing Site
<http://ldvproc.nambis.de>



- ◆ News-Service
- ◆ Literatur



- ◆ LDA-Signalverarbeitung
- ◆ LDA-Datenverarbeitung
- ◆ Downloads
 - ◆ Simulationsprogramme
 - ◆ Experimentelle Referenzdaten (HDA und LDA)
 - ◆ Analyseprogramme



8. Literatur

- [BEN95]** L H Benedict and R D Gould 1995: Experiences Using Kalman Reconstruction for Enhanced Power Spectrum Estimates, Proc. ASME/JSME Fluids Eng. and Laser Anemometry Conf., FED-Vol. 229, Hilton Head Island, South Carolina, USA, pp. 1-7
- [BEN98]** L H Benedict, H Nobach and C Tropea 1998: Benchmark tests for the estimation of power spectra from LDA signals, Proc. 9th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, paper 32.6
- [BEN00]** L H Benedict, H Nobach and C Tropea 2000: Estimation of turbulent velocity spectra from laser Doppler data, Meas. Sci. Technol. vol 11, 8, pp 1089-1104
- [BUC79]** P Buchhave W K George Jr and J L Lumley 1979: The measurement of turbulence with the laser Doppler anemometer, Annual Review of Fluid Mechanics, vol 11, Annual Reviews, Inc., Palo Alto, CA, pp 442-503
- [CHA92]** Y C Chao and J H Leu 1992: A Fractal Reconstruction Method for LDV Spectral Analysis, Experiments in Fluids, vol 13, pp. 91-97

- [CLA85]** J J Clark and M R Palmer and P D Lawrence 1985: A Transformation Method for the Reconstruction of Functions from Nonuniformly Spaced Samples, IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol 33, 4, pp. 1151-1165
- [GAS75]** M Gaster and J B Roberts 1975: Spectral analysis of randomly sampled signals, J. Inst. Maths. Applics, vol 15, pp 195-216
- [GAS77]** M Gaster and J B Roberts 1977: The spectral analysis of randomly sampled records by a direct transform, Proc. R. Soc. Lond. A. 254, 27-58
- [HOS94]** A Høst-Madsen 1994: A New Method for Estimation of Turbulence Spectra for Laser Doppler Anemometry, Proc. 7th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, paper 11.1
- [KUO92]** S Kuo and R J Mammone 1992: Image Restoration by Convex Projections Using Adaptive Constraints and the L_1 Norm, IEEE Transactions on Signal Processing, vol 40, 1, pp 159-169
- [LEE92]** D H Lee and H J Sung 1992: Turbulent Spectral Bias of Individual Realization of LDV, Proc. 6th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, paper 8.1
- [MAA 94]** H R E van Maanen and H J A F Tulleken: 1994: Application of Kalman Reconstruction to Laser-Doppler Anemometry Data for Estimation of Turbulent Velocity Fluctuations, Proc. 7th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, paper 23.1
- [MAA96]** H R E van Maanen and M J Tummers 1996: Estimation of the autocorrelation function of turbulent velocity fluctuations using the slotting technique with local normalization, Proc. 8th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, paper 36.4
- [MAY74]** W T Mayo Jr, M T Shay and S Ritter 1974: The development of new digital data processing techniques for turbulence measurements with a laser velocimeter, AEDC-TR-74-53 Final Report USAF AEDC Contract No. F40600-73-C-0003
- [MAY78]** W T Mayo Jr 1978: Spectrum measurements with laser velocimeters, Proc. Dynamic Flow Conf., pp 851-868
- [MUE94]** E Müller, H Nobach and C Tropea 1994: LDA signal reconstruction: Application to moment and spectral estimation, Proc. 7th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, paper 23.2
- [NOB96]** H Nobach, E Müller and C Tropea 1996: Refined Reconstruction Techniques for LDA Data Analysis, 8th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mech., Lisbon, Portugal
- [NOB98a]** H Nobach, E Müller and C Tropea 1998: Efficient estimation of power spectral density from laser Doppler anemometer data, Exp. in Fluids, vol 24, 5/6, pp 499-509

- [NOB98b]** H Nobach, E Müller and C Tropea 1998: Correlation estimator for two-channel, non-coincidence laser-Doppler-anemometer, Proc. 9th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, paper 32.1
- [NOB99a]** H Nobach 1999: Processing of stochastic sampled data in laser Doppler anemometry, Proc. 3rd Int. Workshop on Sampling Theory and Applications, Loen, Norway, pp 149-154
- [NOB99b]** H Nobach 1999: LDA Data Filtering, TU Darmstadt, FG Strömungslehre und Aerodynamik, Report No. 007/1999
- [NOB00]** H Nobach 2000: A Global Concept of Autocorrelation and Power Spectral Density Estimation from LDA Data Sets, Proc. 10th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mech., Lisbon, Portugal
- [NOB02]** H Nobach 2002: Local Time Estimation for the Slotted Correlation Function of Randomly Sampled LDA data, Exp. in Fluids, vol 32, pp 337-345
- [NOB03]** H Nobach and C Tropea 2003: Estimation of Correlation Functions and Derived Quantities Thereof from Single-Point and Two-Point Laser Doppler Data, submitted for publication in Exp. in Fluids
- [SAU87]** K D Sauer and J P Allebach 1987: Iterative Reconstruction of Band-Limited Images from Nonuniformly Spaced Samples, IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol 34, 12, pp 1497-1506
- [SCO74]** P F Scott 1974: Random sampling theory and its application to laser velocimeter turbulent spectral measurements, Technical report, General Electric Co., Corporate Res. and Development, Report No. 74CRD216, Tech, Info Series
- [STR88]** W C Strahle and J I Jagoda 1988: Fractal Geometry Applications in Turbulent Combustion Data Analysis, Proc. 22nd Symp. Int. on Combustion, The Combustion Institute, 561--568
- [STR91]** W C Strahle 1991: Turbulent Combustion Data Analysis Using Fractals, AIAA Journal, vol 29, 3, pp. 409-417
- [SRE94]** D Sree, S O Kjelgaard and W L Sellers III 1994: Spectral enhancement of randomly sampled signals by pre-filtering techniques. Laser Anemometry: Advances and Applications, pp 680-685, ASME FED-Vol. 191
- [TUM96]** M J Tummers and D M Passchier 1996: Spectral estimation using a variable window and the slotting technique with local normalization, Meas. Sci. Technol, vol 7, pp 1541-1546
- [VEY88]** D Veynante and D S M Candel 1988: A Promising Approach in Laser Doppler Velocimetry Data Processing: Signal Reconstruction and Nonlinear Spectral Analysis, Signal Processing, vol 14, pp. 295-300
- [YEH90]** S Yeh and H Stark 1990: Iterative and one-step reconstruction from non-uniform samples by convex projections, J. Opt. Soc. Am. A, vol 7, 3, pp 491-499